

1. Οι κρούσεις

(Ε) Ερωτήσεις

E1.1 Να συμπληρωθούν τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:

- α. Κρούση ονομάζουμε κάθε φαινόμενο κατά το οποίο τα συγκρουόμενα σώματα αλληλεπιδρούν με σχετικά δυνάμεις, για χρονικό διάστημα.
- β.ονομάζεται η κρούση κατά την οποία τα διανύσματα των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι πάνω στην ίδια ευθεία.
- γ. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των σωμάτων που συγκρούονται είναι
- δ. Αν οι ταχύτητες των σωμάτων που συγκρούονται βρίσκονται σε τυχαία διεύθυνση η κρούση είναι
- ε. Κατά τη διάρκεια μιας κρούσης, η ορμή του συστήματος
- στ. Στην ελαστική κρούση εκτός από την ορμή, διατηρείται και ηενέργεια του συστήματος των σωμάτων που συγκρούονται.
- ζ. Αν μέρος της αρχικής των σωμάτων που συγκρούονται μετατρέπεται σε θερμότητα η κρούση λέγεται

E1.2 Να συμπληρώσετε τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:

- α. Κατά τηνκρούση δύο σωμάτων τα σώματα μετά την κρούση μένουν ενωμένα.
- β. Κατά τη μετωπική ελαστική κρούση δυο σωμάτων, μάζας γίνεται ανταλλαγή ταχυτήτων.
- γ. Μια κρούση λέγεται ελαστική όταν η ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων διατηρείται σταθερή.
- δ. Σφαίρα συγκρούεται κάθετα με οριζόντιο δάπεδο και η κρούση θεωρείται ελαστική. Η σφαίρα ανακλάται με ταχύτητα μέτρου.

E1.3 Να απαντήσετε στις ερωτήσεις που ακολουθούν:

- α. Ποιο φαινόμενο ονομάζεται κρούση ή σκέδαση;
- β. Ποια κρούση ονομάζεται κεντρική ή μετωπική;
- γ. Ποια κρούση ονομάζεται έκκεντρη;
- δ. Ποια κρούση ονομάζεται πλάγια;

E1.4 Ποιες είναι οι διαφορές μεταξύ μιας ελαστικής και μιας ανελαστικής κρούσης.

E1.5 Ένα σύστημα δύο σωμάτων θεωρείται απομονωμένο όταν:

- α. Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι σταθερή.
- β. Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν.
- γ. Η συνισταμένη των εσωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν.
- δ. Η ορμή του συστήματος είναι μηδέν.

E1.6 Δύο σφαίρες Α και Β συγκρούονται πάνω στο τραπέζι του μπιλιάρδου. Τίνος η ορμή διατηρείται;

- α. Της σφαίρας Α.
- β. Της σφαίρας Β.
- γ. Του συστήματος των δύο σφαιρών.
- δ. Του συστήματος των δύο σφαιρών, μόνο αν η κρούση είναι ελαστική.

E1.7 Σε μια κεντρική κρούση δύο σωμάτων:

- α. Οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση είναι στην ίδια ευθεία.
- β. Οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν αντίθετες κατευθύνσεις.
- γ. Η κινητική ενέργεια των συστήματος διατηρείται σταθερή.
- δ. Οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν παράλληλες διευθύνσεις.

E1.8 Σε μια έκκεντρη κρούση δύο σωμάτων:

- α. Οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση είναι στην ίδια ευθεία.
- β. Οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν αντίθετες κατευθύνσεις.
- γ. Η κινητική ενέργεια των συστήματος διατηρείται σταθερή.
- δ. Οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν παράλληλες διευθύνσεις.

E1.9 Μια κρούση λέγεται πλάγια όταν:

- α. Δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ορμής.
- β. Δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ενέργειας.
- γ. Οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν τυχαία διεύθυνση.
- δ. Οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση είναι παράλληλες.

E1.10 Σε κάθε κρούση δύο σωμάτων, που αποτελούν μονωμένο σύστημα:

- α. Διατηρείται η ορμή του κάθε σώματος.
- β. Ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.
- γ. Ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής του συστήματος, μόνο αν διατηρείται ταυτόχρονα και η κινητική ενέργεια του συστήματος.
- δ. Τίποτα από τα παραπάνω.

E1.11 Σε μια ελαστική κρούση δύο σωμάτων διατηρείται:

- α. Μόνο η ορμή του συστήματος των σωμάτων.
- β. Η ορμή και η κινητική ενέργεια του κάθε σώματος.
- γ. Η ορμή και η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων.
- δ. Η ορμή του συστήματος και η κινητική ενέργεια του κάθε σώματος.

E1.12 Σε μια ανελαστική κρούση:

- α. Μέρος της κινητικής ενέργειας των σωμάτων μετατρέπεται σε θερμότητα.
- β. Η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.
- γ. Το μέτρο της ορμής του κάθε σώματος μειώνεται.
- δ. Η ορμή του συστήματος μειώνεται.

E1.13 Σε μια πλαστική κρούση δύο σωμάτων, που αποτελούν μονωμένο σύστημα:

- α. Διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος.
- β. Τα σώματα ανταλλάσσουν ταχύτητες.
- γ. Τα σώματα μένουν ενωμένα και η κινητική ενέργεια του συστήματος μειώνεται.
- δ. Η κινητική ενέργεια του συστήματος μειώνεται αλλά τα σώματα μένουν χωριστά.

E1.14 Μια σφαίρα που κινείται οριζόντια σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με κατακόρυφο ακλόνητο τοίχο, κάθετα και ανακλάται κάθετα:

- α. Η ορμή του συστήματος μπάλα – τοίχος διατηρείται.
- β. Η ορμή της μπάλας διατηρείται.
- γ. Η κινητική ενέργεια της μπάλας διατηρείται.
- δ. Η ορμή της μπάλας μεταβάλλεται.

E1.15 Η ορμή ενός απομονωμένου συστήματος σωμάτων διατηρείται:

- α. Μόνο στις ελαστικές κρούσεις.
- β. Μόνο στις κεντρικές κρούσεις.
- γ. Μόνο στις ανελαστικές κρούσεις.
- δ. Σε όλες τις κρούσεις.

E1.16 Η διατήρηση της κινητικής ενέργειας ενός απομονωμένου συστήματος σωμάτων ισχύει:

- α. Σε κάθε κρούση.
- β. Μόνο στις μετωπικές και ελαστικές κρούσεις.
- γ. Στις πλαστικές και μετωπικές κρούσεις.
- δ. Μόνο στις ελαστικές κρούσεις.

E1.17 Αν ένα σώμα συγκρουστεί μετωπικά και ελαστικά με άλλο ακίνητο σώμα ίσης μάζας τότε η ταχύτητά του:

- α. Θα διπλασιαστεί.
- β. Θα μηδενιστεί.
- γ. Θα μείνει σταθερή.
- δ. Θα αντιστρέψει φορά.

E1.18 Αν ένα σώμα συγκρουστεί μετωπικά και ελαστικά με άλλο ακίνητο σώμα μικρότερης μάζας τότε η ταχύτητά του:

- α. Θα έχει μικρότερο μέτρο και την ίδια φορά.
- β. Θα μηδενιστεί.
- γ. Θα μείνει σταθερή.
- δ. Θα έχει μικρότερο μέτρο αλλά την αντίθετη φορά.

E1.19 Αν ένα σώμα συγκρουστεί μετωπικά και ελαστικά με άλλο ακίνητο σώμα μεγαλύτερης μάζας τότε η ταχύτητά του:

- α. Θα έχει μικρότερο μέτρο και την ίδια φορά.
- β. Θα μηδενιστεί.
- γ. Θα μείνει σταθερή.
- δ. Θα έχει μικρότερο μέτρο αλλά την αντίθετη φορά.

E1.20 Μια σφαίρα που κινείται οριζόντια σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται ελαστικά με κατακόρυφο ακλόνητο τοίχο, κάθετα και ανακλάται κάθετα:

- α. Η ορμή της σφαίρας διατηρείται σταθερή.
- β. Η σφαίρα ανακλάται με ταχύτητα ίσου μέτρου.
- γ. Η κινητική ενέργεια του συστήματος σφαίρα – τοίχος διατηρείται σταθερή.
- δ. Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας μειώνεται.

Ποιες από τις προηγούμενες προτάσεις είναι σωστές;

E1.21 Δύο σφαίρες ίσης μάζας συγκρούονται. Για να ανταλλάξουν ταχύτητες πρέπει η κρούση τους να είναι:

- α. Μόνο μετωπική.
- β. Μόνο ελαστική.
- γ. Μετωπική και ανελαστική.
- δ. Μετωπική και ελαστική.

E1.22 Κατά την ελαστική και μετωπική κρούση δύο σωμάτων με ίσες μάζες, τα σώματα ανταλλάσσουν:

- α. Μόνο ταχύτητες.
- β. Μόνο ορμές.
- γ. Μόνο κινητικές ενέργειες.
- δ. Όλα τα προηγούμενα.

E1.23 Μια σφαίρα συγκρούεται πλάγια και ελαστικά με ακλόνητο πάτωμα. Αν προσπίπτει με ταχύτητα μέτρου, v και γωνία πρόσπτωσης, ϕ , τότε ανακλάται:

- α. Με αντίθετη ταχύτητα.
- β. Με ταχύτητα μέτρου $V < v$ και γωνία ανάκλασης, θ , με $\theta = \phi$.
- γ. Με ταχύτητα μέτρου $V > v$ και γωνία ανάκλασης, θ , με $\theta < \phi$.
- δ. Με ταχύτητα μέτρου $V = v$ και γωνία ανάκλασης, θ , με $\theta = \phi$.

E1.24 Μια σφαίρα με ορμή μέτρου, m, v , πέφτει κατακόρυφα και συγκρούεται ελαστικά με οριζόντιο και τελειώς λείο επίπεδο.

I. Η μεταβολή του μέτρου της ορμής είναι:

- α. μηδέν
- β. $2mv$
- γ. mv

II. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας είναι:

- α. μηδέν
- β. $2mv$
- γ. mv

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

E1.25 Ένα ελαφρύ και ένα βαρύ σώμα έχουν ίσες κινητικές ενέργειες. Ποιο έχει μεγαλύτερη ορμή;

- α. Το βαρύτερο.
- β. Το ελαφρύτερο.
- γ. Κανένα από τα δύο.
- δ. Πρέπει να έχουμε και άλλες πληροφορίες για να απαντήσουμε.

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

E1.26 Ποια από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστή;

- α. Ένα σύστημα σωμάτων μπορεί να έχει ορμή, αλλά όχι κινητική ενέργεια.
- β. Ένα σώμα μπορεί να έχει κινητική ενέργεια, αλλά όχι ορμή.
- γ. Ένα σύστημα σωμάτων μπορεί να έχει κινητική ενέργεια, αλλά όχι ορμή.
- δ. Ένα σώμα μπορεί να έχει ορμή, αλλά όχι κινητική ενέργεια.

E1.27 Μπάλα μάζας m που κινείται οριζόντια συγκρούεται με κατακόρυφο ακλόνητο τοίχο με ταχύτητα v και ανακλάται οριζόντια με ταχύτητα ίσου μέτρου. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- α. Η μεταβολή ορμής της μπάλας είναι μηδέν.
- β. Η κρούση είναι ελαστική.
- γ. Το μέτρο μεταβολής της ορμής της μπάλας είναι $2mv$.
- δ. Η κινητική ενέργεια του συστήματος «μπάλα – τοίχος» διατηρείται σταθερή.

E1.28 Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις που αναφέρονται σε σύστημα σωμάτων είναι σωστές;

- α. Το σύστημα μπορεί να έχει κινητική ενέργεια, χωρίς να έχει ορμή.
- β. Το σύστημα μπορεί να έχει ορμή χωρίς να έχει κινητική ενέργεια.
- γ. Οι εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος μπορούν να του μεταβάλλουν την ορμή αλλά όχι την κινητική ενέργεια.

δ. Οι εξωτερικές δυνάμεις του συστήματος μπορούν να του μεταβάλλουν την ορμή και την κινητική του ενέργεια.

E1.29 Απόλυτα ελαστική κρούση μπορεί να θεωρηθεί η κρούση:

- α. Δύο χαλύβδινων σφαιρών.
- β. Δύο σφαιρών από σκληρό καουτσούκ.
- γ. Δύο πυρήνων ατόμων.
- δ. Δύο σφαιρών από πλαστελίνη.

E1.30 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες;

- α. Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των σωμάτων κατά τη διάρκεια μιας κρούσης είναι πολύ μικρές.
- β. Σε ένα μονωμένο σύστημα δύο σφαιρών που συγκρούονται ελαστικά, η ορμή της κάθε σφαίρας διατηρείται σταθερή.
- γ. Στις κεντρικές κρούσεις τα κέντρα μάζας των ταχυτήτων των σωμάτων είναι στην ίδια ευθεία.
- δ. Κατά την ελαστική μετωπική κρούση δύο σωμάτων η μεταβολή ορμής του ενός σώματος είναι αντίθετη της μεταβολής ορμής του άλλου.
- ε. Στην ανελαστική κρούση η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων μειώνεται.

E1.31 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες;

- α. Σε κάθε κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.
- β. Στην μετωπική ελαστική κρούση δύο σωμάτων παρατηρείται ανταλλαγή ταχυτήτων.
- γ. Στην πλαστική κρούση τα σώματα ενώνονται μεταξύ τους.
- δ. Κατά την ελαστική κρούση σφαίρας και ακλόνητο τοίχο η ορμή της σφαίρας διατηρείται σταθερή.

E1.32 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες;

- α. Αν διπλασιαστεί η ορμή ενός σώματος τότε διπλασιάζεται και η κινητική του ενέργεια.
- β. Κατά την ελαστική κρούση σφαίρας και ακλόνητο τοίχο η κινητική ενέργεια της σφαίρας διατηρείται σταθερή.
- γ. Η κρούση δύο θετικά φορτισμένων σωματιδίων μπορεί να είναι απολύτως ελαστική.
- δ. Σε μια πλάγια ανελαστική κρούση διατηρείται η ορμή του συστήματος.

E1.33 Δύο σφαίρες με μάζες m_1 , m_2 κινούνται στην ίδια ευθεία με ταχύτητες v_1 , v_2 με $v_1 > v_2$ αντιστοίχως, προς την ίδια κατεύθυνση και συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά. Οι ταχύτητες μετά την κρούση είναι:

$$\alpha. V_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}, \quad V_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

$$\beta. V_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}, \quad V_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.34 Σώμα μάζας m_1 ταχύτητας v_1 συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Οι ταχύτητες μετά την κρούση είναι:

$$\alpha. V_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1, \quad V_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1 \quad \beta. V_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2}v_1, \quad V_2 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_1$$

Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.41 Σφαίρα μάζας m_1 και ταχύτητα v_1 συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 . Μετά την κρούση οι σφαίρες κινούνται με ταχύτητες V_1, V_2 . Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες; Να δικαιολογήσετε την κάθε απάντησή σας.

α. Αν $m_1=m_2$ τότε $V_1=0$ και $V_2=v_1$.

β. Αν $m_1>m_2$ τότε οι V_1 και V_2 έχουν αντίθετες κατευθύνσεις.

γ. Αν $m_1=m_2$ η μεταβολή της κινητικής ενέργειας της m_1 είναι -50% της αρχικής τιμής της.

δ. Αν $m_1<m_2$ οι ταχύτητες V_1 και V_2 έχουν ίδιες κατευθύνσεις.

E1.42 Μια μικρή σφαίρα μάζας m_1 συγκρούεται μετωπικά ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 . Μετά την κρούση οι σφαίρες κινούνται με αντίθετες ταχύτητες ίσων μέτρων. Ο λόγος των μαζών των δύο σφαιρών, m_1/m_2 είναι:

α. 1

β. 1/3

γ. 1/2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Πανελλαδικές εξετάσεις 2004)

E1.43 Κατά τη μετωπική ελαστική κρούση δύο σφαιρών με ταχύτητες \vec{v}_1, \vec{v}_2 πριν την κρούση και \vec{V}_1, \vec{V}_2 μετά την κρούση, ισχύει μεταξύ των ταχυτήτων η σχέση:

α. $\vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$

β. $\vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$

γ. $v_1 - v_2 = V_1 - V_2$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.44 Δύο σφαίρες με μάζες m_1, m_2 , με $m_2=4m_1$, συγκρούονται μετωπικά ελαστικά με ταχύτητες ίσου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης. Ο λόγος των ταχυτήτων $|V_1|/|V_2|$, μετά την κρούση, είναι:

α. 5

β. 6

γ. 11

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.45 Δύο σφαίρες με μάζες m_1, m_2 συγκρούονται μετωπικά ελαστικά με ταχύτητες ίσου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης. Αν μετά την κρούση η σφαίρα μάζας, m_2 , παραμένει ακίνητη, τότε ο λόγος των μαζών m_2/m_1 των δύο σφαιρών είναι:

α. $1/2$

β. 1/3

γ. 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.46 Δύο σφαίρες με ίσες μάζες συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά με ταχύτητες αντίθετης κατεύθυνσης, και διαφορετικού μέτρου. Να αποδείξετε ότι ανταλλάσσουν ταχύτητες.

E1.47 Σφαίρα μάζας m_1 συγκρούεται με ταχύτητα v_0 , μετωπικά και ελαστικά με άλλη σφαίρα μάζας m_2 που αρχικά ήταν ακίνητη. Μετά την κρούση οι δύο σφαίρες κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες ίσου μέτρου. Ο λόγος των μαζών, m_1/m_2 , των δύο σφαιρών είναι:

α. $1/4$

β. 1/3

γ. 1/2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.48 Σωματίδιο με κινητική ενέργεια K_1 συγκρούεται μετωπικά ελαστικά με ακίνητο πυρήνα διπλάσιας μάζας. Μετά την κρούση η κινητική ενέργεια του πυρήνα θα είναι:

- α. $9K_1/8$ β. $8K_1/9$ γ. K_1

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.49 Σωματίδιο μάζας m_1 , ταχύτητας v_1 , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο πυρήνα μάζας m_2 . Μετά την κρούση το σωματίδιο ανακλάται με ταχύτητα, μέτρου, $V_1=2v_1/3$.

I. Ο λόγος των μαζών των δύο σωμάτων, m_1/m_2 είναι:

- α. $1/5$ β. $1/4$ γ. 5

II. Το κλάσμα της κινητικής ενέργειας του σωματιδίου που μεταφέρθηκε στον πυρήνα είναι $\Delta K_1/K_1$

- α. $1/5$ β. $5/9$ γ. $4/5$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

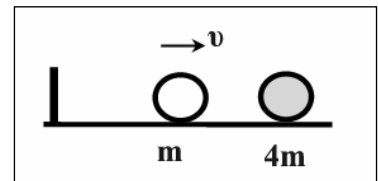
E1.50 Δύο σώματα σ , Σ , με μάζες m και M με $m \ll M$ κινούνται στην ίδια ευθεία με αντίθετες ταχύτητες ίσου μέτρου v . Μετά την ελαστική τους κρούση το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, σ , θα είναι :

- α. v β. $2v$ γ. $3v$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.51 Η σφαίρα Σ_1 μάζας m συγκρούεται ελαστικά και μετωπικά με την ακίνητη σφαίρα Σ_2 μάζας $4m$. μετά την κρούση η σφαίρα Σ_1 επιστρέφει και συγκρούεται ελαστικά με το ακλόνητο τοίχωμα. Μεταξύ των δύο σφαιρών οι κρούσεις που συμβαίνουν συνολικά είναι:

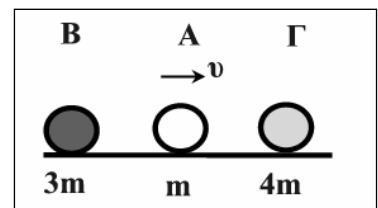
- α. Μία β. Δύο γ. Τρεις



Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.52 Τρεις σφαίρες, A, B, Γ με μάζες m , $3m$, $4m$ ηρεμούν αρχικά σε λείο οριζόντιο επίπεδο με τα κέντρα τους στην ίδια ευθεία. Η σφαίρα A εκτοξεύεται με ταχύτητα v προς τη σφαίρα Γ. Όλες οι κρούσεις που συμβαίνουν είναι μετωπικές και ελαστικές. Ο συνολικός αριθμός των κρούσεων είναι:

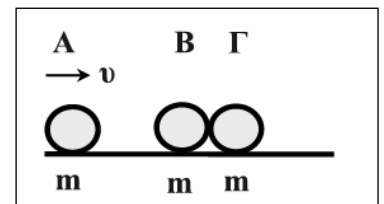
- α. Μία β. Δύο γ. Τρεις



Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.53 Οι τρεις σφαίρες του σχήματος είναι όμοιες, ίσης μάζας m και τα κέντρα τους βρίσκονται στην ίδια ευθεία. Εκτοξεύουμε τη σφαίρα A με ταχύτητα v προς τη σφαίρα B και όλες οι κρούσεις θεωρούνται ελαστικές. Ποια από τις ακόλουθες προτάσεις είναι η σωστή;

- α. Η A θα σταματήσει και οι B και Γ θα φύγουν δεξιά με ταχύτητα v .
 β. Η B θα μείνει ακίνητη και οι A και Γ θα κινηθούν αντίθετα με ταχύτητες μέτρου v .
 γ. Η A θα σταματήσει, η B θα μείνει ακίνητη και η Γ θα φύγει με ταχύτητα, v .



Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.54 Δύο σφαίρες ίσης μάζας κινούνται κατά μήκος του άξονα xx' με ταχύτητες $v_1=10\text{m/s}$ και $v_2=-15\text{m/s}$ και συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά. Μετά την κρούση οι ταχύτητες των σφαιρών V_1, V_2 , θα είναι:

α. 10m/s και -15m/s β. -10m/s και -15m/s γ. -10m/s και 15m/s

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.55 Δύο σφαίρες με μάζες m_1, m_2 με $m_2=2m_1$, κινούνται κατά μήκος του άξονα xx' με ταχύτητες $v_1=3\text{m/s}$ και $v_2=-3\text{m/s}$ και συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά. Μετά την κρούση οι ταχύτητες των σφαιρών, V_1, V_2 θα είναι:

α. $+1\text{m/s}$ και $+5\text{m/s}$ β. -5m/s και $+1\text{m/s}$ γ. -1m/s και -5m/s

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.56 Μια σφαίρα Α που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με άλλη όμοια αλλά ακίνητη σφαίρα, Β, που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο. Να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι ίση με το μισό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Α πριν την κρούση. (Θέμα Πανελλαδικών 2003)

E1.57 Βλήμα μάζας m που κινείται με ταχύτητα v διαπερνά ακίνητο σώμα μάζας $M=2m$ και όταν βγαίνει από αυτό έχει ταχύτητα μέτρου $v/2$. Το ποσοστό της αρχικής ενέργειας του βλήματος που έγινε θερμότητα λόγω ανελαστικής κρούσης είναι:

α. $5/8$ β. $3/8$ γ. $1/8$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.58 Σώμα, Α, μάζας m που έχει κινητική ενέργεια, Κ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα, Β, τριπλάσιας μάζας, $3m$ και στη συνέχεια το σώμα, Β, συγκρούεται πλαστικά με άλλο ακίνητο σώμα, Γ, μάζας $6m$. Το ποσό θερμότητας που παράγεται κατά τις κρούσεις είναι:

α. $K/2$ β. $K/3$ γ. $2K/3$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.59 Δύο σώματα με μάζες $m_1=m$ και $m_2=4m$ κινούνται στην ίδια ευθεία με ταχύτητες μέτρου $v_1=2v$ και $v_2=v$ σε αντίθετες κατευθύνσεις. Τα σώματα συγκρούονται πλαστικά. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος που έγινε θερμότητα είναι:

α. $3/10$ β. $5/10$ γ. $9/10$

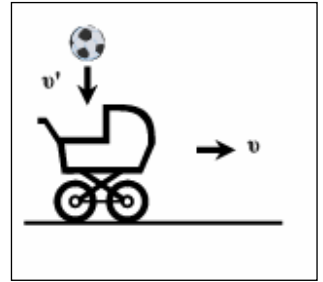
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.60 Σώμα μάζας m_1 συγκρούεται πλαστικά και μετωπικά με άλλο σώμα μάζας m_2 που αρχικά ηρεμούσε. Το κλάσμα, $E_{απωλ}/K_{προ}$, της αρχικής μηχανικής ενέργειας του σώματος m_1 που έγινε θερμότητα λόγω της πλαστικής κρούσης είναι:

α. $\frac{m_1}{m_2}$ β. $\frac{m_1}{m_1+m_2}$ γ. $\frac{m_2}{m_1+m_2}$

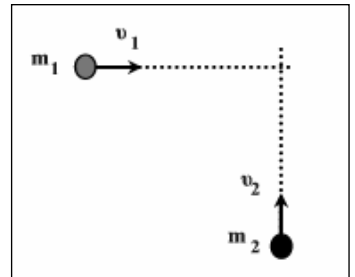
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.61 Το καρότσι μάζας M κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα v και η μπάλα, μάζας, m , πέφτει κατακόρυφα προς τα κάτω και συγκρούεται πλαστικά με το καρότσι. Λίγο πριν την κρούση η μπάλα είχε ταχύτητα v' . Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα μπορεί να συνεχίσει να κινείται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



- Η ορμή του συστήματος των δύο αυτών σωμάτων διατηρείται.
- Η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων διατηρείται.
- Η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι ανεξάρτητη από την ταχύτητα της μπάλας v' .
- Το μέτρο της ταχύτητας του καροτσιού μειώνεται μετά την κρούση.

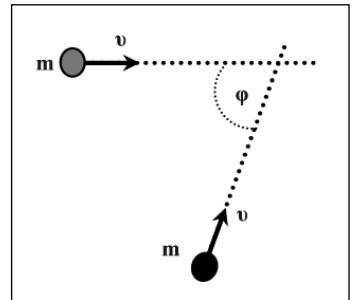
E1.62 Τα σωματίδια με μάζες m_1, m_2 κινούνται με ταχύτητες v_1, v_2 , όπως φαίνεται στο σχήμα και συγκρούονται πλαστικά. Μετά την κρούση η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι:



α. $V = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ β. $V = \frac{\sqrt{m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2}}{m_1 + m_2}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.63 Τα σωματίδια με ίδιες μάζες, m και ίδια μέτρα ταχυτήτων, v κινούνται σε ευθείες τροχιές που σχηματίζουν γωνία $\varphi = 60^\circ$, συγκρούονται πλαστικά και το συσσωμάτωμα κινείται με ταχύτητα μέτρου, V , που σχηματίζει με την οριζόντια ευθεία γωνία, θ .



I. Το μέτρο της ταχύτητας V είναι:

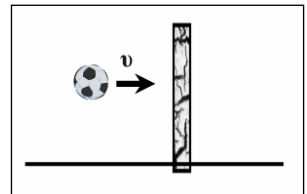
α. $v\sqrt{2}/2$ β. $v\sqrt{3}/2$ γ. $v\sqrt{3}$

II. Η γωνία θ είναι:

α. 30° β. 45° γ. Άλλη γωνία

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.64 Μπάλα μάζας m που κινείται οριζόντια με ταχύτητα \vec{v} συγκρούεται με λείο, κατακόρυφο και ακλόνητο τοίχο. Η κρούση είναι μετωπική. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λάθος. Να αιτιολογήσετε την κάθε απάντησή σας.



- Η μπάλα ανακλάται με ταχύτητα ίσου μέτρου, v , σε κάθε περίπτωση.
- Η ορμή της σφαίρας διατηρείται σταθερή, αν η κρούση είναι ελαστική.
- Η κινητική ενέργεια της σφαίρας διατηρείται, αν η κρούση είναι και ελαστική.
- Αν διατηρείται η κινητική ενέργεια της σφαίρας, θα διατηρείται και η ορμή της.

ε. Η μεταβολή ορμής της σφαίρας έχει μέτρο $2mv$, αν η κρούση είναι ελαστική.

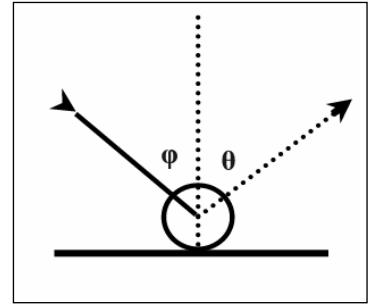
στ. Η μέση τιμή της δύναμης που δέχεται η μπάλα από τον τοίχο είναι αντιστρόφως ανάλογη με τη διάρκεια της επαφής τους.

E1.65 Μια σφαίρα, βάρους mg πέφτει κατακόρυφα στο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου v_1 και ανακλάται με ταχύτητα μέτρου v_2 . Η δύναμη, F που δέχεται από το δάπεδο κατά τη διάρκεια της κρούσης θεωρείται σταθερή και έχει μέτρο:

α. $F = mg$ β. $F > mg$ γ. $F < mg$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.66 Μια σφαίρα πέφτει πάνω σε οριζόντιο δάπεδο υπό γωνία φ ως προς την κάθετο σε αυτό και ανακλάται με αντίστοιχη γωνία θ . Να συγκριθούν οι γωνίες φ και θ στις εξής περιπτώσεις.



α. Η κρούση είναι ελαστική.

β. Κατά την κρούση η σφαίρα παραμορφώνεται μόνιμα, αλλά δεν αναπτύσσεται τριβή μεταξύ σφαίρας και δαπέδου.

γ. Κατά την κρούση η σφαίρα παραμορφώνεται παροδικά και αναπτύσσεται τριβή μεταξύ αυτής και του δαπέδου.

Σε όλες τις περιπτώσεις να μη ληφθεί υπόψη η δύναμη του βάρους.

E1.67 Μια μπάλα συγκρούεται ελαστικά με λείο οριζόντιο πάτωμα με την ταχύτητά της v_1 να σχηματίζει γωνία φ με την κάθετο στο πάτωμα. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι οι σωστές; Να δικαιολογήσετε κάθε απάντησή σας.

α. Η ορμή της σφαίρας στον κατακόρυφο άξονα διατηρείται σταθερή.

β. Η ορμή της σφαίρας στον οριζόντιο άξονα διατηρείται σταθερή.

γ. Η σφαίρα ανακλάται με ταχύτητα μέτρου $v_2 < v_1$.

δ. Αν η σφαίρα ανακλάται με γωνία θ , τότε $\varphi = \theta$.

ε. Το μέτρο μεταβολής της ορμής της μπάλας είναι $2mv_1 \eta \mu \varphi$.

E1.68 Σφαίρα Σ_1 , μάζας m_1 συγκρούεται έκκεντρα και ελαστικά με άλλη σφαίρα Σ_2 , μάζας m_2 , που αρχικά είναι ακίνητη. Μετά την κρούση οι δύο σφαίρες κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις. Ο λόγος των μαζών τους m_1/m_2 είναι:

α. 1

β. 2

γ. $1/2$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.69 Μια σφαίρα με ορμή p συγκρούεται πλάγια αλλά ελαστικά με χαλύβδινη οριζόντια επιφάνεια υπό γωνία $\varphi = 30^\circ$ και ανακλάται. Το μέτρο μεταβολής της ορμής της σφαίρας είναι:

α. $p\sqrt{2}$

β. $2p$

γ. $p\sqrt{3}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.70 Μια σφαίρα πέφτει κατακόρυφα και συναντά το οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου, v και ανακλάται με ταχύτητα μέτρου $v/2$.

I. Το μέτρο μεταβολής της ορμής της είναι:

α. $mv/2$

β. $3mv/2$

γ. $2mv$

II. Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής της ενέργειας είναι:

α. 75%

β. -75%

γ. -50%

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.71 Μια σφαίρα μάζας $m_1 = m$ συγκρούεται κεντρικά με ακίνητη σφαίρα μάζας $m_2 = m$.

α. Αν η κρούση είναι ελαστική, τότε η μάζα m_1 χάνει το 50% της κινητικής της ενέργειας.

β. Αν η κρούση είναι πλαστική στη σφαίρα m_1 απομένουν τα 25% της αρχικής της κινητικής ενέργειας.

Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λανθασμένες τις δύο προηγούμενες προτάσεις και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

2. Σύνθετα προβλήματα στις κρούσεις και στη διατήρηση ενέργειας

A2.1 Ξύλινος κύβος μάζας $M=9\text{kg}$ ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας $m=1\text{kg}$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v=100\text{m/s}$ σφηνώνεται στον κύβο ακαριαία. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ολισθαίνει πάνω στο επίπεδο και σταματάει. Μεταξύ κύβου και επιπέδου ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι $\mu=0,5$. Να υπολογιστούν:

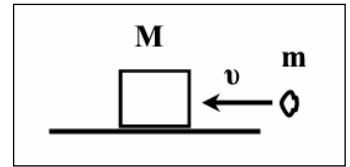
α. Η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.

β. Το ποσοστό, %, της κινητικής ενέργειας του βλήματος που έγινε θερμότητα λόγω κρούσης.

γ. Τη μετατόπιση του συσσωματώματος μέχρι να σταματήσει.

δ. Το ποσό της θερμότητας που εκλύθηκε λόγω τριβής με το επίπεδο.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



α. 10m/s , β. 90% , γ. 10m , δ. 500J

A2.2 Ξύλινος κύβος μάζας $M=2\text{kg}$ ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας $m=0,2\text{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_0=200\text{m/s}$ και διαπερνάει τον κύβο σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα, dt ($dt \rightarrow 0$). Όταν βγαίνει από αυτόν έχει ταχύτητα $v_1=100\text{m/s}$, ενώ ο κύβος μετά την κρούση ολισθαίνει πάνω στο οριζόντιο επίπεδο κατά $s=20\text{m}$ και σταματάει λόγω τριβών. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Να υπολογιστούν:

α. Η απώλεια ενέργειας του συστήματος κύβου – βλήματος, λόγω κρούσης.

β. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ επιπέδου και κύβου.

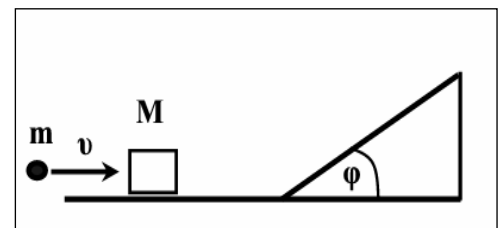
γ. Το μέτρο της μεταβολής ορμής του βλήματος, λόγω κρούσης.

α. 2900J , β. $0,25$, γ. 20kgm/s

A2.3 Μικρή σφαίρα μάζας $m=0,1\text{kg}$ σφηνώνεται με ταχύτητα $v=10\text{m/s}$, σε άλλο σώμα μάζας $M=0,1\text{kg}$, που αρχικά ήταν ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μετά την κρούση τα δύο σώματα αρχίζουν να ανεβαίνουν ολισθαίνοντας, κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και κεκλιμένου επιπέδου είναι $\mu=\sqrt{3}/2$. Να υπολογιστούν:

α. Η μέγιστη μετατόπιση του συσσωματώματος πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

β. Το ποσοστό, %, της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας, (πριν την κρούση) που έγινε θερμότητα λόγω τριβών στο κεκλιμένο επίπεδο. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



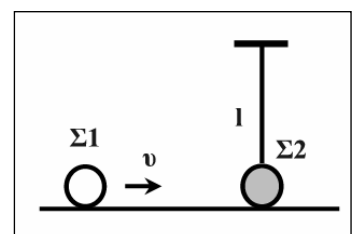
α. 1m , β. 30%

A2.4 Σφαίρα, Σ_1 , μάζας $m_1=2\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα v και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με άλλη σφαίρα, Σ_2 , μάζας, $m_2=1\text{kg}$, που κρέμεται από ακλόνητο σημείο με νήμα μήκους $\lambda=1,6\text{m}$ και αρχικά ισορροπεί, όπως στο σχήμα. Μετά την ακαριαία κρούση η μέγιστη γωνία απόκλισης του νήματος, ως προς την κατακόρυφο που διέρχεται από το σημείο εξάρτησης του νήματος, είναι 60° . Να υπολογιστούν:

α. Η ταχύτητα, v , της σφαίρας, Σ_1 .

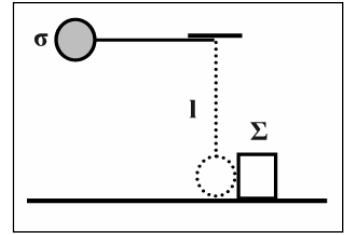
β. Η ταχύτητα της σφαίρας, Σ_1 , μετά την κρούση.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



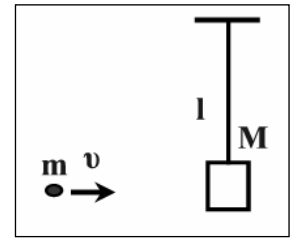
α. 3m/s , β. 1m/s

A2.5 Χαλύβδινη σφαίρα, σ , μάζας $m=1\text{kg}$ κρέμεται από ακλόνητο σημείο με τη βοήθεια αβαρούς νήματος μήκους $l=0,8\text{m}$. Το νήμα φέρεται σε οριζόντια θέση και η σφαίρα αφήνεται ελεύθερη. Στο κατώτερο σημείο της τροχιάς της συγκρούεται κεντρικά με ακίνητο κύβο, Σ , μάζας $M=2,5\text{kg}$. Μετά την κρούση ο κύβος ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο και μετατοπίζεται κατά $\Delta x=2\text{m}$ μέχρι να σταματήσει. Μεταξύ κύβου και επιπέδου ο συντελεστής τριβής είναι $\mu=0,1$. Ποιο είναι το είδος της κρούσης που έγινε; Να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



Ανελαστική

A2.6 Κομμάτι ξύλου μάζας $M=1,9\text{kg}$ είναι δεμένο στο ένα άκρο νήματος μήκους $\lambda=0,9\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το ξύλο ισορροπεί με το νήμα κατακόρυφο. Βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα v , σφηνώνεται στο ξύλο. Το σύστημα βλήμα - ξύλο εκτρέπεται, ώστε η μέγιστη απόκλιση του νήματος από την κατακόρυφη θέση να είναι $\varphi=60^\circ$. Να υπολογιστούν:

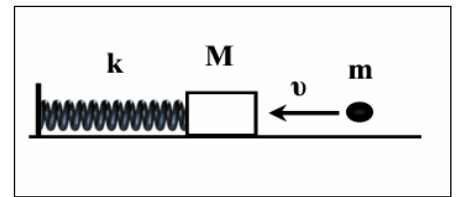


α. Η αρχική ταχύτητα, v , του βλήματος.

β. Το ποσοστό, %, της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. (Θέμα Πανελλαδικών εξετάσεων - Δέσμες)

α. 60m/s , β. -95%

A2.7 Οριζόντιο ιδανικό ελατήριο φέρει συνδεδεμένο στο ελεύθερο άκρο του σώμα μάζας $M=4,8\text{kg}$, ενώ το άλλο άκρο του στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο. Αρχικά το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος και το σώμα ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας $m=0,2\text{kg}$ σφηνώνεται στο σώμα με οριζόντια ταχύτητα $v=100\text{m/s}$ με αποτέλεσμα το ελατήριο, μετά την κρούση να υποστεί μέγιστη συσπίρωση κατά $\Delta x=0,2\text{m}$. Να υπολογιστούν:



α. Η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

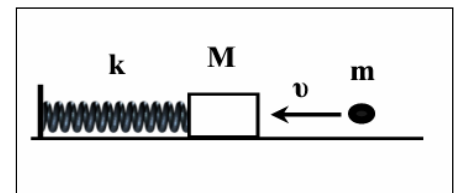
β. Η σταθερά του ελατηρίου.

γ. Ο χρόνος που χρειάζεται το συσσωμάτωμα για να σταματήσει για πρώτη φορά.

δ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος τη στιγμή που το ελατήριο βρίσκεται στη μέγιστη συσπίρωσή του.

α. 4m/s , β. $2 \cdot 10^3\text{N/m}$, γ. $\pi/40\text{s}$, δ. 400kgm/s^2

A2.8 Οριζόντιο ιδανικό ελατήριο φέρει συνδεδεμένο στο ελεύθερο άκρο του σώμα μάζας $M=4,8\text{kg}$, ενώ το άλλο άκρο του στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο. Αρχικά το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος και το σώμα ισορροπεί πάνω σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας $m=0,2\text{kg}$ σφηνώνεται στο σώμα με οριζόντια ταχύτητα $v=100\text{m/s}$ με αποτέλεσμα το ελατήριο, μετά την κρούση να υποστεί μέγιστη συσπίρωση κατά $\Delta l=0,2\text{m}$. Μεταξύ επιπέδου και σώματος μάζας M , υπάρχουν τριβές με συντελεστή τριβής $\mu=0,1$. Να υπολογιστούν:



Να υπολογιστούν:

α. Η θερμότητα που εκλύθηκε λόγω τριβών κατά την ολίσθηση.

β. Η σταθερά του ελατηρίου, k .

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

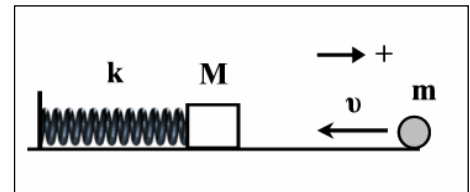
α. 1J , β. 1950N/m

□A2.9 Κύβος μάζας $M=4\text{kg}$ συνδέεται στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς $k=1600\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητο. Το ελατήριο αρχικά βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Σφαίρα μάζας $m=2\text{kg}$, που κινείται οριζόντια πάνω σε λείο επίπεδο, συγκρούεται μετωπικά, ελαστικά με το σώμα και με ταχύτητα $v=6\text{m/s}$.

α. Ποια είναι τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων αμέσως μετά την κρούση;

β. Να γράψετε την εξίσωση θέσης του κύβου σε σχέση με το χρόνο, t . Να θεωρηθεί ως θέση $x=0$ η θέση ισορροπίας του κύβου, ως θετική, η φορά προς τα δεξιά και ως $t_0=0$ η χρονική στιγμή που αρχίζει η κίνηση του κύβου, μάζας M .

γ. Ποιο ποσοστό, %, της κινητικής ενέργειας της σφαίρας μεταβιβάστηκε στον κύβο κατά την κρούση;



α. 2m/s , 4m/s , β. $x=0,2\eta\mu(20t+\pi)$, (SI) γ. $\sim 89\%$

□A2.10 Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου ύψους $h=1,6\text{m}$ και γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$ αφήνεται να ολισθήσει σώμα μάζας $m_1=1\text{kg}$. Στη βάση του κεκλιμένου, το σώμα συναντά λείο οριζόντιο επίπεδο, στο οποίο κινείται μέχρις ότου συγκρουστεί πλαστικά με σώμα μάζας $m_2=4\text{kg}$, που ήταν αρχικά ακίνητο. Το συσσωμάτωμα κινείται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο, συναντά και συσπειρώνει ιδανικό οριζόντιο ελατήριο, το οποίο έχει μόνιμα στερεωμένο το ένα άκρο του. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης επί του κεκλιμένου είναι $\mu=\sqrt{3}/4$, να υπολογιστούν:

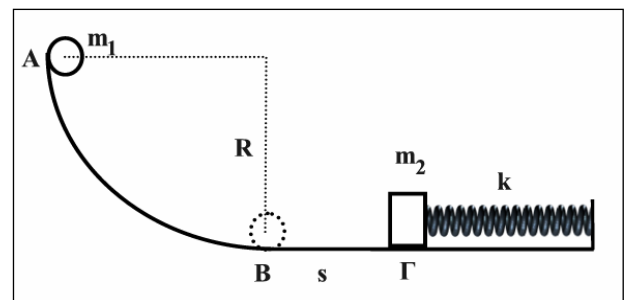
α. Η συσπίρωση του ελατηρίου.

β. Το ποσοστό επί τοις % της αρχικής ενέργειας του σώματος m_1 , που χάνεται κατά την ολίσθηση επί του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνονται, $g=10\text{m/s}$, $k=1000\text{N/m}$. Δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας κατά τη στιγμή που το σώμα μάζας m_1 συναντά το οριζόντιο επίπεδο. Ως στάθμη μηδενικής δυναμικής ενέργειας βαρύτητας να θεωρηθεί το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από τη θέση ισορροπίας. (Θέμα Πανελλαδικών εξετάσεων-Δέσμες)

α. $x=0,04\text{m}$, β. $\alpha\% = 75\%$

□A2.11 Θεωρούμε κατακόρυφο τεταρτοκύκλιο AB, ακτίνας $R=2\text{m}$ που εφάπτεται στο κάτω άκρο του B, με λείο οριζόντιο δάπεδο. Σώμα μάζας $m_1=4\text{kg}$, αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου από το άνω άκρο A. Το σώμα περνάει από το σημείο B με ταχύτητα $v_B=5\text{m/s}$ και συνεχίζει να κινείται χωρίς τριβές κατά μήκος της οριζόντιας επαπτομένης του τεταρτοκυκλίου στο σημείο B.



Αφού διανύσει διάστημα $B\Gamma=s=0,6\text{m}$ στο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας $m_2=6\text{kg}$ που είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς $k=250\text{N/m}$, το οποίο έχει το άλλο άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τα σώματα μετά την πλαστική κρούση κινούνται ως μια μάζα και το ελατήριο συσπειρώνεται. Να υπολογιστούν:

α. Η θερμότητα που παράχθηκε λόγω τριβής κατά την κίνηση του σώματος στο τεταρτοκύκλιο.

β. Το ποσοστό (%) της αρχικής μηχανικής ενέργειας (του σώματος m_1 στο σημείο A) που μετατράπηκε σε θερμότητα λόγω της πλαστικής κρούσης.

γ. Το ποσοστό (%) της αρχικής μηχανικής ενέργειας του σώματος m_1 που έγινε θερμότητα λόγω τριβών.

δ. Τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου.

Ως στάθμη μηδενικής δυναμικής ενέργειας να θεωρηθεί το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το B. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. (Θέμα Πανελλαδικών εξετάσεων – Δέσμες)

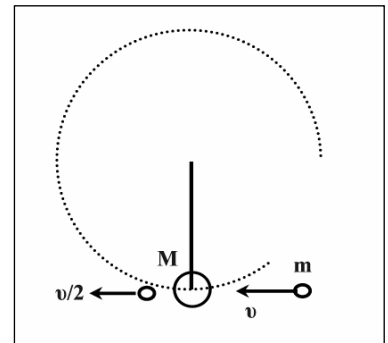
α. $|W_T|=30\text{J}$, β. 37,5%, γ. 37,5%, δ. $x=0,4\text{m}$

□A2.12 Κομμάτι ξύλου μάζας $M=4\text{kg}$ κρέμεται από ακλόνητο σημείο, με τη βοήθεια αβαρούς νήματος μήκους $\lambda=0,9\text{m}$. Βλήμα μάζας $m=1\text{kg}$ βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου v διαπερνάει το ξύλο και βγαίνει με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v/2$.

α. Να υπολογιστεί η ελάχιστη τιμή της ταχύτητας v του βλήματος ώστε το ξύλο μετά την κρούση να διαγράψει κατακόρυφο κύκλο ακτίνας λ , δηλαδή να κάνει ανακύκλωση.

β. Αν το βλήμα εκτοξευτεί με την ταχύτητα του ερωτήματος (α) να βρεθεί η τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση και ενώ το νήμα είναι ακόμα κατακόρυφο.

Δίνεται το $g=10\text{m/s}^2$. Η χρονική διάρκεια της κρούσης να θεωρηθεί αμελητέα, ($dt \rightarrow 0$).



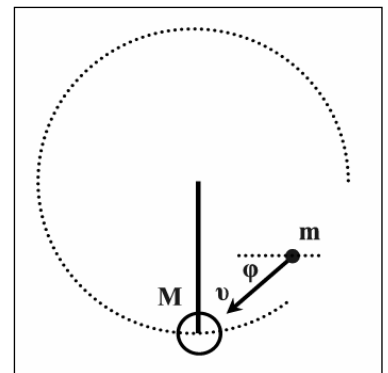
α. $v=24\sqrt{5}\text{m/s}$, β. $T=240\text{N}$

□A2.13 Κομμάτι ξύλου μάζας $M=4\text{kg}$ κρέμεται από ακλόνητο σημείο με τη βοήθεια λεπτής, αβαρούς ράβδου, μήκους $\lambda=0,4\text{m}$. Βλήμα μάζας $m=1\text{kg}$ συγκρούεται με το ξύλο με ταχύτητα, v , που σχηματίζει γωνία $\varphi=60^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η κρούση είναι πλαστική και θεωρείται ακαριαία.

Να υπολογιστούν:

α. Η ταχύτητα, v , του βλήματος έτσι ώστε το συσσωμάτωμα να διαγράψει γωνία 90° μετά την κρούση.

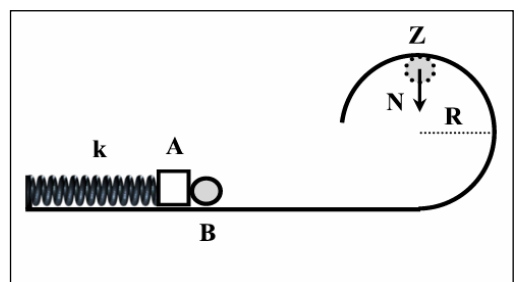
β. Η ελάχιστη ταχύτητα, v_{\min} , του βλήματος, ώστε το συσσωμάτωμα μετά την κρούση να κάνει ανακύκλωση, αν η κρούση γίνεται και πάλι με τις ίδιες συνθήκες. Δίνεται το $g=10\text{m/s}^2$.



α. $v=20\sqrt{2}\text{m/s}$, β. $v_{\min}=40\text{m/s}$

A2.14 Σώμα A, μάζας $m_1=2\text{kg}$ είναι συνδεδεμένο στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=800\text{N/m}$ και ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, έτσι ώστε το ελατήριο να βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Το σώμα A βρίσκεται σε επαφή με σφαίρα, B, μάζας $m_2=6\text{kg}$, η οποία θεωρείται ως υλικό σημείο.

Συσπειρώνουμε το ελατήριο κατά $x=0,6\text{m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο. Καθώς το σώμα, A, επανέρχεται στη θέση ισορροπίας του, συγκρούεται με τη σφαίρα μετωπικά και την εκτοξεύει προς τα δεξιά. Η σφαίρα ολισθαίνει χωρίς τριβές και αρχίζει να ανεβαίνει μια λεία κυκλική ράγα, ακτίνας $R=0,6\text{m}$. Όταν φτάνει στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς της, Z, η κάθετη αντίδραση που δέχεται από τη ράγα είναι $N_Z=60\text{N}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



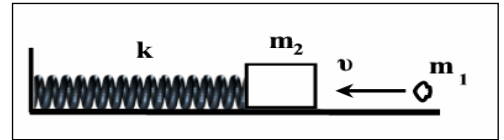
α. Να βρεθεί η ταχύτητα της σφαίρας στο σημείο, Z.

β. Να βρεθεί η ταχύτητα της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση της με το σώμα, A.

γ. Να εξεταστεί αν η κρούση σώματος A και σφαίρας, B είναι ελαστική ή ανελαστική.

α. $v_Z=2\sqrt{3}\text{m/s}$, β. $v_2=6\text{m/s}$, γ. Ελαστική

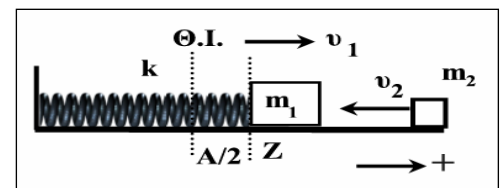
A2.15 Ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$ τοποθετείται οριζόντια και με το ένα άκρο του στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο. Στο άλλο άκρο του φέρει σώμα, μάζας $m_2=1\text{kg}$, το οποίο κάνει απλές αρμονικές ταλαντώσεις πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος έχει μέτρο, 10m/s . Κάποια στιγμή που το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=+A$, όπου A το πλάτος της ταλάντωσης, βλήμα μάζας $m_1=1\text{kg}$ που κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου, v , συγκρούεται πλαστικά με το σώμα m_2 . Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κάνει οριζόντιες ταλαντώσεις πλάτους $A=\sqrt{3}\text{m}$. Να υπολογιστούν:



- Το πλάτος, A , των αρχικών ταλαντώσεων που κάνει το σώμα m_2 .
- Η ταχύτητα του βλήματος, v , μόλις πριν την κρούση.

a. $A=1\text{m}$, β. $v=20\text{m/s}$

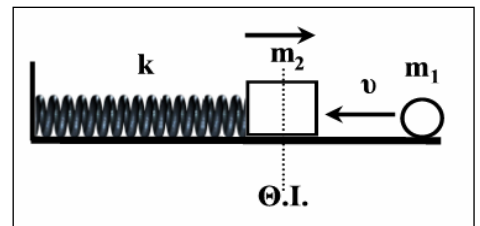
A2.16 Οριζόντιο ελατήριο σταθεράς k φέρει σώμα μάζας $m_1=4\text{kg}$ και το ένα άκρο του είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με γωνιακή συχνότητα $\omega=20\text{rad/s}$ και πλάτος $A=0,4\text{m}$. Τη στιγμή που διέρχεται από το σημείο Z με θέση $x_1=+A/2$ και θετική ταχύτητα, συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με σώμα μάζας $m_2=2\text{kg}$ που κινείται με ταχύτητα μέτρου $v_2=2\sqrt{3}\text{m/s}$ σε αντίθετη κατεύθυνση από το m_1 .



- Να βρείτε τις ταχύτητες των δύο σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.
- Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος m_1 σε σχέση με το χρόνο μετά την κρούση. Ως $t_0=0$ να θεωρήσετε τη στιγμή που έγινε η κρούση. Η κρούση θεωρείται ακαριαία.

a. $V_1=0$, $V_2=6\sqrt{3}\text{m/s}$, β. $x=0,2\eta\mu(20t+\pi/2)$, (SI)

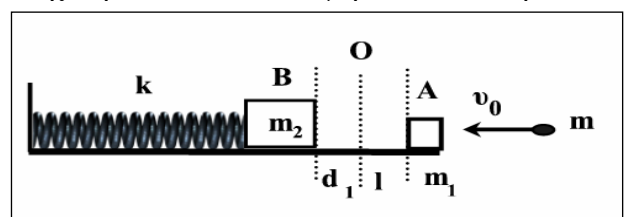
A2.17 Ελατήριο σταθεράς $k=400\text{N/m}$ τοποθετείται οριζόντια και με το ένα άκρο του στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο. Στο άλλο άκρο του φέρει σώμα μάζας $m_2=1\text{kg}$ το οποίο κάνει απλές αρμονικές ταλαντώσεις πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος $A=0,2\text{m}$. Κάποια στιγμή που το σώμα περνάει από τη θέση ισορροπίας και κινείται προς τη θέση $x=+A$, άλλο σώμα μάζας $m_1=1\text{kg}$ που κινείται αντίθετα με ταχύτητα μέτρου $v=2\text{m/s}$, συγκρούεται μετωπικά ελαστικά με το σώμα μάζας m_2 . Να υπολογιστούν:



- Η ταχύτητα του σώματος m_1 αμέσως μετά την κρούση.
- Η μέγιστη απομάκρυνση του σώματος m_2 από τη θέση ισορροπίας του μετά την κρούση.
- Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος, m_2 που μεταβιβάστηκε στο m_1 κατά την κρούση.

a. 4m/s , β. $0,1\text{m}$, γ. 100%

A2.18 Βλήμα μάζας m κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα $v_0=16\text{m/s}$ συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα A μάζας $m_1=3\text{m}$ που βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε απόσταση $\lambda=15,7\text{cm}$ από σημείο O του επιπέδου στην ευθεία κίνησης του βλήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα. Σώμα B μάζας $m_2=4\text{m}$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου



ιδανικού ελατηρίου το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Ο άξονας του ελατηρίου συμπίπτει με την διεύθυνση κίνησης του βλήματος. Αρχικά το ελατήριο είναι συμπιεσμένο ώστε το σώμα B να απέχει απόσταση d_1 από το σημείο O που αντιστοιχεί στη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου. Τη στιγμή που το βλήμα προσκρούει στο σώμα A, το σώμα B αφήνεται ελεύθερο. Το συσσωμάτωμα βλήματος και σώματος A κινούμενο με ταχύτητα v_1 συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το B τη στιγμή που το B έχει μέγιστη ταχύτητα για πρώτη φορά. Να βρείτε:

α. Το μέτρο της ταχύτητας v_1 .

β. Το μέτρο της ταχύτητας V_2 του σώματος B αμέσως μετά την κρούση με το συσσωμάτωμα.

γ. Την περίοδο ταλάντωσης του σώματος, B.

δ. Το νέο πλάτος d_2 της ταλάντωσης του B μετά την κρούση με το συσσωμάτωμα.

(Θέμα επαναληπτικών Πανελλαδικών εξετάσεων 2002)

α. $4m/s$. β. $4m/s$, γ. $0,157s$, δ. $0,1m$

□A2.19 Έστω σώμα (Σ) μάζας $M=1kg$ και κωνικό βλήμα (β) μάζας $m=0,2kg$. Για να σφηνώσουμε με το χέρι μας ολόκληρο το βλήμα στο σταθερό σώμα (Σ) πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια $100J$.

Έστω τώρα ότι το σώμα (Σ) που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο πυροβολείται με το βλήμα (β). Το βλήμα κινούμενο οριζόντια με κινητική ενέργεια K προσκρούει στο σώμα (Σ) και ακολουθεί πλαστική κρούση.

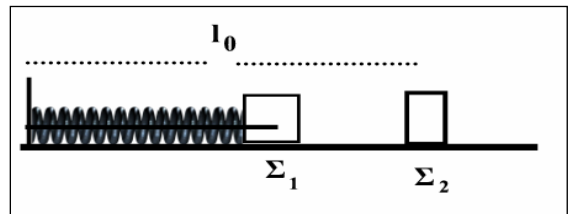
α. Για $K=100J$ θα μπορούσε το βλήμα να σφηνωθεί όλο μέσα στο σώμα; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β. Ποια είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια K που πρέπει να έχει το βλήμα, ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα Σ.

γ. Για ποια τιμή του λόγου m/M , το βλήμα με κινητική ενέργεια $K=100J$ σφηνώνεται ολόκληρο στο σώμα (Σ); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Θέμα Πανελλαδικών εξετάσεων 2005)

α. Όχι, β. $K=120J$, γ. $m/M \rightarrow 0$

□A2.20 Τα σώματα Σ_1, Σ_2 αμελητέων διαστάσεων με μάζες $m_1=1kg$ και $m_2=3kg$ αντίστοιχα είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το Σ_1 είναι δεμένο στη μια άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100N/m$. Η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένη. Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά $0,2m$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Το Σ_2 ισορροπεί στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος λ_0 του ελατηρίου. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και το Σ_1 κινούμενο δεξιά συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το Σ_2 . Θεωρώντας ως αρχή των χρόνων τη στιγμή της κρούσης και θετική τη φορά προς τα δεξιά να υπολογίσετε:



α. Την ταχύτητα του σώματος Σ_1 λίγο πριν την κρούση.

β. Τις ταχύτητες των Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.

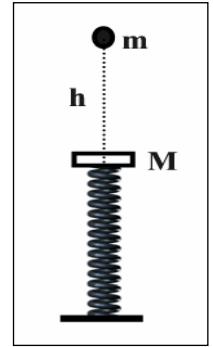
γ. Την απομάκρυνση του Σ_1 μετά την κρούση σε συνάρτηση με το χρόνο.

δ. Την απόσταση των Σ_1 και Σ_2 όταν το Σ_1 ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά.

Δεχτείτε την κίνηση του σώματος Σ_1 τόσο πριν όσο και μετά την κρούση ως απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς, k . Δίνεται $\pi=3,14$. (Θέμα Πανελλαδικών εξετάσεων 2006)

α. $2m/s$, β. $-1m/s, 1m/s$, γ. $x=0,1\eta\mu(10t+\pi)(SI)$, δ. $d=0,371m$

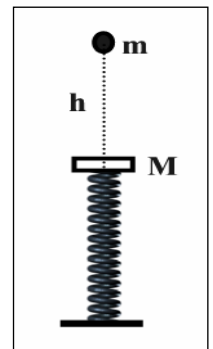
□A2.21 Ελατήριο σταθεράς $k=150\text{N/m}$ στερεώνεται κατακόρυφο με το ένα άκρο του σε οριζόντιο έδαφος. Πάνω στο ελεύθερο άκρο του συνδέεται δίσκος μάζας $M=6\text{kg}$ που ισορροπεί. Σφαίρα μάζας $m=2\text{kg}$ αφήνεται από ύψος $h=0,8\text{m}$ πάνω από το δίσκο, να πέσει κατακόρυφα και να κάνει κρούση μετωπική και ελαστική με αυτόν. Μετά την κρούση η σφαίρα δεν επιστρέφει στο δίσκο. Να υπολογιστούν:



- Η ταχύτητα του δίσκου αμέσως μετά την κρούση.
 - Το πλάτος των ταλαντώσεων που κάνει ο δίσκος.
 - Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας λόγω της κρούσης.
 - Το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας λόγω της κρούσης της με το δίσκο.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. 2m/s β. $0,4\text{m}$, γ. -75% , δ. 12kgm/s

□A2.22 Δίσκος μάζας $M=2\text{kg}$ ισορροπεί πάνω σε ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Από ύψος $h=0,6\text{m}$ αφήνουμε σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ να πέσει κατακόρυφα πάνω στο δίσκο και η κρούση που ακολουθεί είναι ακαριαία, κεντρική και πλαστική και γίνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$.



- Να υπολογίσετε το πλάτος των ΑΑΤ που εκτελεί το συσσωμάτωμα.
- Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης.
- Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια ελατηρίου, και τη δυναμική ενέργεια του ταλαντωτή «συσσωμάτωμα – ελατήριο» τη χρονική στιγμή $t_1=\pi/30\text{s}$.
- Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας είναι $x=+0,2\text{m}$ και η $v>0$.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Ως αρχή του άξονα να θεωρηθεί η θέση ισορροπίας του συσσωματώματος και ως θετική η κατεύθυνση κατά την οποία το ελατήριο συσπείρώνεται (προς τα κάτω).

α. $A=0,4\text{m}$, β. $\Sigma F = -40\eta\mu(5t-\pi/6)$, (SI), γ. $U_{ελ}=8\text{J}$, $U=0$, δ. $-20\sqrt{3}\text{J/s}$

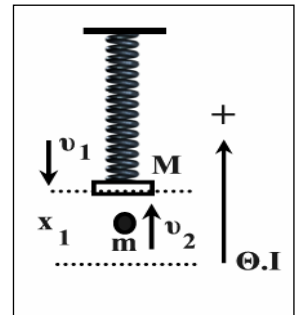
□A2.23 Σώμα μάζας $m_1=0,1\text{kg}$ συνδέεται με την κάτω ελεύθερη άκρη κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=10\text{N/m}$. Η άλλη άκρη του ελατηρίου συνδέεται ακλόνητα στην οροφή του εργαστηρίου. Το σύστημα ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση. Βλήμα μάζας $m_2=0,1\text{kg}$ που κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω σφηνώνεται ακαριαία με ταχύτητα, v , στο σώμα. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί κατακόρυφες αρμονικές ταλαντώσεις πλάτους $A=0,2\text{m}$.

- Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας, v , του βλήματος.
- Να γραφεί η χρονική εξίσωση απομάκρυνσης, $x=f(t)$, των ταλαντώσεων του συσσωματώματος.
- Να υπολογιστεί η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου αμέσως μετά την κρούση και πριν προλάβει το συσσωμάτωμα να μετατοπιστεί.
- Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης ελαστικότητας του ελατηρίου στη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος, και στη θέση $x=+0,2\text{m}$.

Να θεωρήσετε ως αρχή του άξονα ταλάντωσης τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος, ως $t_0=0$ τη χρονική στιγμή που άρχισε η ταλάντωση και ως θετική την κατεύθυνση προς τα πάνω. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. $\sqrt{6}\text{m/s}$ β. $x=0,2\eta\mu(5\sqrt{2}t+\pi/6)$ (SI), γ. $0,05\text{J}$, δ. 2N , 0

□A2.24 Το σώμα Σ του σχήματος έχει μάζας $M=3\text{kg}$ και είναι δεμένο στην άκρη κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=400\text{N/m}$, η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη ακλόνητα. Το σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A=0,2\text{m}$ και τη χρονική στιγμή $t_0=0$ διέρχεται από τη θέση $x_1=+0,1\text{m}$ με ταχύτητα, v_1 , που έχει φορά προς τα κάτω. Την ίδια στιγμή συγκρούεται πλαστικά και κεντρικά με βλήμα (β) μάζας $m=1\text{kg}$ το οποίο κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου, v_2 . Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει μηδενική ορμή.



α. Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας, v_2 .

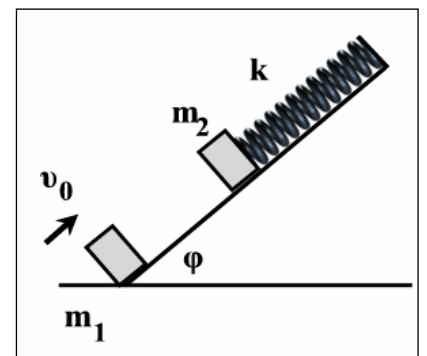
β. Να βρείτε το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

γ. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της ταχύτητας του συσσωματώματος, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα πάνω.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. 6m/s . β. $0,125\text{m}$. γ. $v=1,25\sin(10t+\pi/2)$, (SI)

□A2.25 Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$ στερεώνεται ακλόνητα ελατήριο. Στην κάτω άκρη του ελατηρίου είναι δεμένο σώμα, Σ_2 μάζας $m_2=2\text{kg}$ και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο λείο επίπεδο. Από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου εκτοξεύεται σώμα Σ_1 μάζας, $m_1=3\text{kg}$ με αρχική ταχύτητα $v_0=5\text{m/s}$, το οποίο αφού διανύσει απόσταση $s=0,9\text{m}$ συγκρούεται πλαστικά και κεντρικά με το Σ_2 . Το συσσωμάτωμα κάνει ταλαντώσεις με πλάτος $A=0,4\text{m}$ και σταθερά επαναφοράς, ίση με τη σταθερά k του ελατηρίου. Να υπολογιστούν:



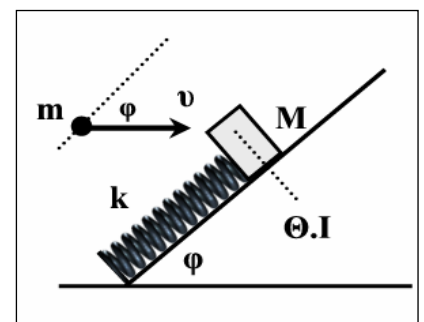
α. Το μέτρο της ταχύτητας του Σ_1 , μόλις πριν την κρούση.

β. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

γ. Η σταθερά του ελατηρίου, k . Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. 4m/s , β. $2,4\text{m/s}$, $k=187,5\text{N/m}$

□A2.26 Από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$ στερεώνεται ακλόνητα ελατήριο, σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Στην πάνω άκρη του ελατηρίου είναι δεμένο σώμα, Σ μάζας $M=9\text{kg}$ και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο λείο επίπεδο. Βλήμα μάζας $m=1\text{kg}$ κινείται οριζόντια και σφηνώνεται με ταχύτητα $v=\sqrt{10}\text{m/s}$ στο σώμα. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται κάνει αρμονικές ταλαντώσεις πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Να υπολογιστούν:



α. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

β. Το πλάτος των ταλαντώσεων του συσσωματώματος.

γ. Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας λόγω της κρούσης.

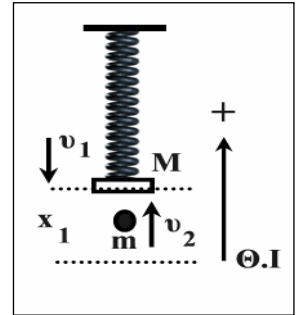
Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. $0,05\sqrt{30}\text{m/s}$, β. $0,1\text{m}$, γ. $4,625\text{J}$

□A.2.27 Από σημείο που βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος αφήνονται διαδοχικά δύο σφαίρες με μάζες $m_1=3\text{m}$ και $m_2=\text{m}$, αντίστοιχα. Η m_1 συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το έδαφος και τη στιγμή που αποχωρίζεται από αυτό συγκρούεται ξανά μετωπικά και ελαστικά με τη m_2 που κατεβαίνει πίσω της. Σε ποιο ύψος θα εκτιναχτεί η m_2 μετά την κρούση;

$H=4h$

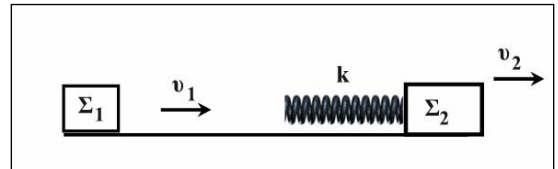
□A2.28 Το σώμα (Σ) του σχήματος έχει μάζας M και είναι δεμένο στην άκρη κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=400\text{N/m}$, η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη ακλόνητα. Το σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A=1,2\text{m}$ και τη χρονική στιγμή $t_0=0$ διέρχεται από τη θέση $x=+x_1$ με ταχύτητα, $v=v_1<0$. Την ίδια στιγμή συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με σφαίρα (σ) μάζας $m=4\text{kg}$ η οποία κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου, v_2 . Η χρονική εξίσωση της ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος (Σ) μετά την κρούση είναι $v=10\sin(10t+\pi/3)$ (SI). Να υπολογιστούν:



- Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας, v_2 , μόλις πριν την κρούση.
- Το πλάτος, A , της ταλάντωσης του σώματος (Σ) μετά την κρούση.
- Η κινητική και η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος (Σ) αμέσως μετά την κρούση. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. 5m/s , β. 1m , γ. 50J , 150J

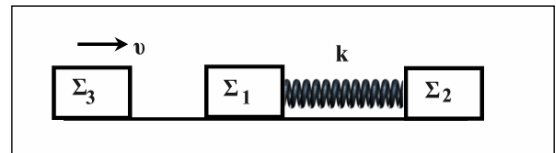
□A2.29 Σώμα Σ_1 μάζας $m_1=3\text{kg}$ ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_1=6\text{m/s}$. Μπροστά απ' αυτό, άλλο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=9\text{kg}$ ολισθαίνει στην ίδια κατεύθυνση και με ταχύτητα $v_2=2\text{m/s}$. Το σώμα Σ_2 φέρει πίσω του στερεωμένο οριζόντιο ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$, αμελητέας μάζας. Κατά τη σύγκρουση που ακολουθεί το ελατήριο παραμορφώνεται τα σώματα πλησιάζουν και στην συνέχεια απομακρύνονται, μέχρι να αποκτήσει και πάλι το ελατήριο το φυσικό του μήκος. Να υπολογιστούν:



- Η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου.
- Οι ταχύτητες των σωμάτων όταν το ελατήριο επανέρχεται στο φυσικό του μήκος.

α. $0,6\text{m}$, β. 0 και 4m/s

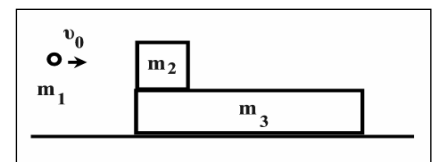
□A2.30 Δύο σώματα, Σ_1, Σ_2 , ίσης μάζας m συνδέονται με ελατήριο σταθεράς k και τοποθετούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με το ελατήριο αρχικά στο φυσικό του μήκος. Τρίτο σώμα, Σ_3 , ίδιας μάζας m κινούμενο με ταχύτητα v , που έχει τη διεύθυνση του ελατηρίου συγκρούεται μετωπικά ελαστικά με το ένα από τα δύο σώματα. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου.



Δίνονται $v=2\text{m/s}$, $k=100\text{N/m}$, και $m=2\text{kg}$.

$\Delta x=0,2\text{m}$

□A2.31 Σώμα A μάζας $m_3=2\text{kg}$ ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και πάνω του φέρει άλλο σώμα B μάζας $m_2=2\text{kg}$ που αρχικά είναι ακίνητο. Μεταξύ των δύο σωμάτων υπάρχει τριβή με συντελεστή τριβής μ . Βλήμα μάζας $m_1=0,1\text{kg}$ έρχεται με οριζόντια ταχύτητα $v_0=80\text{m/s}$ και διαπερνάει το σώμα m_2 σε αμελητέο χρόνο, ενώ όταν βγαίνει από αυτό έχει χάσει τη μισή του ταχύτητα. Μετά την κρούση το σώμα B ολισθαίνει πάνω στο A κατά $s=0,5\text{m}$, μέχρι τα σώματα A και B να αποκτήσουν κοινή ταχύτητα. Να υπολογιστούν:

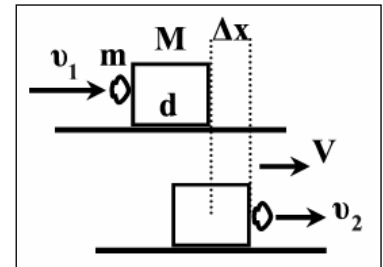


- Η κοινή ταχύτητα που θα αποκτήσουν.
- Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων.

- γ. Η μετατόπιση του σώματος A ως προς το έδαφος μέχρι να τα σώματα A και B να αποκτήσουν κοινή ταχύτητα,
 δ. Η θερμότητα που μεταφέρεται στο περιβάλλον λόγω κρούσης και ολίσθησης.
 Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. 1m/s , β. $0,2$, γ. $0,25\text{m}$, δ. 238J

□A2.32 Βλήμα μάζας $m_1=m$ κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα $v_1=200\text{m/s}$, διαπερνάει ξύλινο πρίσμα μάζας $m_2=2m$, μήκους $d=50\text{cm}$ το οποίο αρχικά ηρεμούσε πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το βλήμα βγαίνει από το πρίσμα μετά από χρονικό διάστημα Δt με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_2=100\text{m/s}$. Αν η δύναμη αντίστασης του ξύλου πάνω στο βλήμα θεωρηθεί σταθερή, να υπολογιστούν:



α. Η ταχύτητα, V , του πρίσματος τη χρονική στιγμή που το βλήμα βγαίνει απ' αυτό.

β. Η μετατόπιση, Δx , του πρίσματος στο χρονικό διάστημα Δt που το βλήμα το διαπερνούσε.

γ. Το χρονικό διάστημα Δt .

δ. Το ποσοστό, (%), της κινητικής ενέργειας του βλήματος που έγινε θερμότητα λόγω τριβής του βλήματος με το υλικό του πρίσματος.

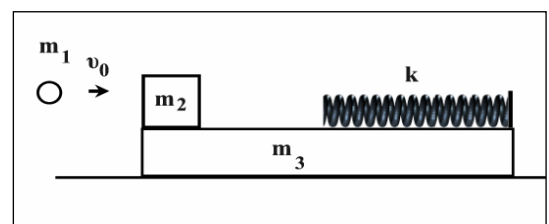
α. 50m/s , β. $\Delta x=10\text{cm}$, γ. $0,004\text{s}$, δ. $62,5\%$

□A2.33 Βλήμα μάζας $m=0,2\text{kg}$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα v και σφηνώνεται σε ξύλινο κύβο μάζας $M=4,8\text{kg}$, που αρχικά ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Αν ο κύβος διατηρείται ακλόνητος επειδή είναι καρφωμένος πάνω σε ακλόνητο τραπέζι, το βλήμα εισχωρεί μέσα του κατά $x_1=20\text{cm}$ και σταματάει. Αν όμως ο κύβος βρίσκεται ακίνητος πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι τότε το ίδιο βλήμα, που βάλλεται με τον ίδιο τρόπο εισχωρεί μέσα του κατά x_2 μέχρι να σταματήσει να κινείται ως προς αυτόν και να αποκτήσουν, βλήμα και κύβος κοινή ταχύτητα.

Να υπολογιστεί η διεύθυνση x_2 , αν η δύναμη αντίστασης του ξύλου θεωρηθεί ίδια και σταθερή και στις δύο περιπτώσεις.

$x_2=x_1, M/(M+m)=0,192\text{m}$

□A2.34 Ξύλινος κύβος μάζας $m_2=5\text{kg}$ ισορροπεί αρχικά στην άκρη του λείου επιπέδου της οριζόντιας πλατφόρμας μάζας $m_3=6\text{kg}$. Η πλατφόρμα βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και φέρει αβαρές ελατήριο στερεωμένο στο ένα της άκρο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Βλήμα μάζας $m_1=1\text{kg}$ έρχεται με οριζόντια ταχύτητα $v_0=12\text{m/s}$ και συγκρούεται πλαστικά με το κιβώτιο. Το συσσωμάτωμα βλήματος – κύβου κινείται πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο της πλατφόρμας και συγκρούεται με το ελατήριο χωρίς απώλειες ενέργειας και το συσπειρώνει κατά μέγιστη συσπίρωση x . Το ελατήριο έχει σταθερά $k=1200\text{N/m}$ και βρίσκεται αρχικά στο φυσικό του μήκος. Να υπολογιστούν:



α. Η κοινή ταχύτητα βλήματος – κύβου αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

β. Η ταχύτητα της πλατφόρμας, τη χρονική στιγμή που η συσπίρωση του ελατηρίου θα πάρει τη μέγιστη τιμή της.

γ. Η μέγιστη συσπίρωση, x , του ελατηρίου.

δ. Η ταχύτητα της πλατφόρμας όταν το συσσωμάτωμα βλήματος και κύβου την εγκαταλείπει από την πίσω άκρη και το ελατήριο έχει ανακτήσει και πάλι το φυσικό του μήκος.

α. 2m/s , β. 1m/s , γ. $0,1\text{m}$, δ. 2m/s

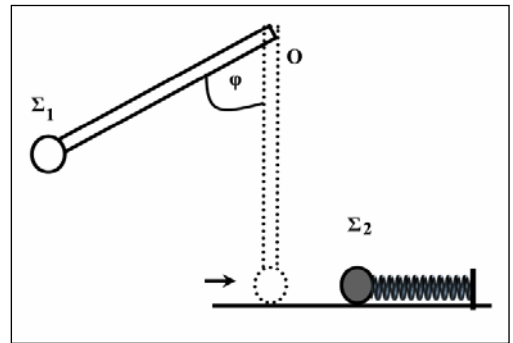
□A2.35 Ομογενής ράβδος $OA=\lambda=1\text{m}$ μάζας $M=1,2\text{kg}$ είναι αρχικά ακίνητη σε κατακόρυφη θέση και μπορεί να στρέφεται χωρίς γύρω από άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο της O και είναι κάθετος σ' αυτήν. Βλήμα αμελητέων διαστάσεων μάζας $m=0,1\text{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_1=50\text{m/s}$ και τη διαπερνά ακαριαία στο κάτω άκρο της A . Όταν το βλήμα βγαίνει από τη ράβδο έχει ταχύτητα $v_2=34\text{m/s}$. Να υπολογιστούν:

- Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.
 - Την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος ράβδος – βλήμα κατά την κρούση.
 - Τη μέγιστη γωνία εκτροπής, θ , της ράβδου μετά την κρούση.
 - Η δύναμη N που ασκεί ο άξονα περιστροφής στη ράβδο στο σημείο O , αμέσως μετά την κρούση και πριν προλάβει η ράβδος να φύγει από την κατακόρυφη θέση της.
- Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι $I_{(O)}=M\lambda^2/3$ και το $g=10\text{m/s}^2$.

α. 4rad/s, β. 64J, γ. $\sin\theta=7/15$, δ. $N=21,6\text{N}$

□A2.36 Μια ομογενής ράβδος OA , μάζας $M=3\text{kg}$ και μήκους $\lambda=1\text{m}$ μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από άξονα που περνάει από το ένα άκρο της O και είναι κάθετος σ' αυτήν. Στο άκρο A φέρει προσαρμοσμένη σφαιρική μάζα Σ_1 , $m_1=1\text{kg}$ πολύ μικρών διαστάσεων. Εκτρέπουμε τη ράβδο από την κατακόρυφη θέση κατά $\varphi=60^\circ$ και την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί χωρίς τριβές. Τη χρονική στιγμή η σφαίρα Σ_1 φτάνει στο κατώτερο σημείο της τροχιάς της αποχωρίζεται από τη ράβδο χωρίς μεταβολή της ταχύτητάς της.

- Να υπολογιστεί η ταχύτητα με την οποία αποχωρίζεται η σφαίρα, Σ_1 , από τη ράβδο.
- Στη συνέχεια η σφαίρα Σ_1 ολισθαίνει πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με άλλη σφαίρα, Σ_2 ίσων διαστάσεων, μάζας $m_2=4\text{kg}$, η οποία είναι συνδεδεμένη στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=125\text{N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογιστεί η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου.



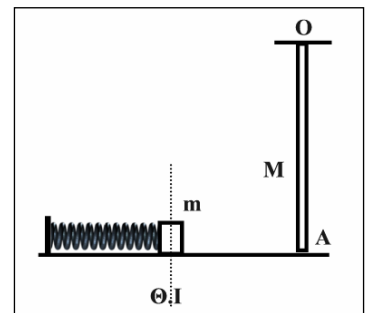
- Να υπολογιστεί το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το συσσωμάτωμα μέχρι να σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά.
- Να υπολογιστεί το ποσοστό, (%) της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_1 μόλις πριν την κρούση, που έγινε θερμότητα λόγω της κρούσης.

Δίνονται, για τη ράβδο $I_{cm}=M\lambda^2/12$ και το $g=10\text{m/s}^2$.

α. $v=2,5\sqrt{2}\text{m/s}$, β. $A=0,1\sqrt{2}\text{m}$, γ. $t=\pi/10\text{s}$, δ) -80%

□A2.37 Σώμα, (Σ) μάζας $m=1\text{kg}$ δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου και στερεωμένου ελατηρίου κάνει ΑΑΤ με μέγιστη κινητική ενέργεια $E=2\text{J}$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=-2\text{m}$, που θεωρείται και η θέση μέγιστης συσπίρωσης του ελατηρίου.

- Να γραφεί η χρονική εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος, (Σ) από την θέση ισορροπίας του.
- Τη χρονική στιγμή που το (Σ) περνάει από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς τα δεξιά, αποκόβεται από το ελατήριο και το σώμα συνεχίζει μόνο του πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Πόση ταχύτητα έχει τότε και ποια χρονική στιγμή συμβαίνει αυτό;



γ. Στη συνέχεια το σώμα (Σ) μετά συγκρούεται με την κάτω άκρη ομογενούς ράβδου, ΟΑ, μήκους $\lambda=1\text{m}$ και μάζας $M=2\text{kg}$. Η ράβδος βρίσκεται αρχικά ακίνητη στην κατακόρυφη θέση αλλά μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από άξονα που διέρχεται από τη μια της άκρη Ο και είναι κάθετος σ' αυτήν. Μετά την κρούση το σώμα (Σ) μένει ακίνητο. Πόσο είναι το ύψος h που ανυψώνεται το κέντρο της ράβδου πάνω από το οριζόντιο επίπεδο, μετά την κρούση; Δίνονται για τη ράβδο $I_{\text{cm}}=M\lambda^2/12$ και $g=10\text{m/s}^2$.

α. $x=2\eta\mu(t+3\pi/2)$, β. $v_0=2\text{m/s}$, $t=\pi/2\text{s}$, γ. $h=0,65\text{m}$

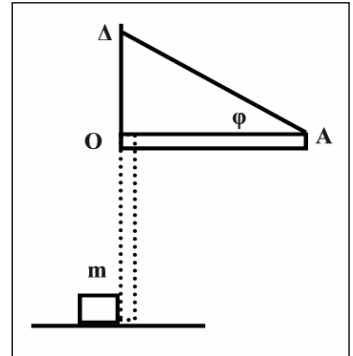
□A2.38 Η ράβδος του σχήματος έχει μάζα $M=3\text{kg}$, μήκος $\lambda=2\text{m}$ είναι ομογενής και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από τη μια άκρη της Ο. Η ράβδος ισορροπεί αρχικά σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια νήματος που είναι δεμένο στην άλλη άκρη της Α και σχηματίζει γωνία $\varphi=30^\circ$ με αυτήν.

α. Να υπολογιστεί η οριζόντια συνιστώσα της δύναμης που ασκεί ο άξονας στη ράβδο στο σημείο Ο και ενώ αυτή ισορροπεί

β. Κόβουμε το νήμα και η ράβδος αρχίζει να στρέφεται γύρω από τον άξονα. Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση τη στιγμή που σχηματίζει γωνία 30° με την κατακόρυφο που περνάει από το άκρο Ο.

γ. Να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου όταν γίνεται κατακόρυφη.

δ. Τη στιγμή που γίνεται κατακόρυφη συγκρούεται με σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ που ήταν ακίνητο και σταματάει ακαριαία. Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική. Το σώμα μετά την κρούση εκτοξεύεται οριζόντια.



Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το CM, $I_{\text{cm}}=\frac{1}{12}M\lambda^2$ και $g=10\text{m/s}^2$.

α. $15\sqrt{3}\text{N}$, β. $3,75\text{rad/s}^2$, γ. $\sqrt{15}\text{rad/s}$, δ. Ελαστική

□A2.39 Στη διάταξη του σχήματος έχουμε μια τροχαλία μάζας $M=6\text{kg}$, ακτίνας R , τυλιγμένη με νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα, (Σ), μάζας $m_1=2\text{kg}$. Από κάτω έχουμε ένα κατακόρυφο ελατήριο με σώμα, (σ), μάζας $m_2=6\text{kg}$ που κάνει κατακόρυφες ταλαντώσεις με εξίσωση απομάκρυνσης $y=0,1\eta\mu\omega t$, (S.I) όπου $\omega=10\sqrt{3}/3\text{rad/s}$. Αφήνουμε το σώμα (Σ) να πέσει και όταν έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους $h=0,5\text{m}$ αυτό συγκρούεται ελαστικά και μετωπικά με το άλλο σώμα (σ) το οποίο εκείνη τη στιγμή βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του. Να υπολογιστούν:

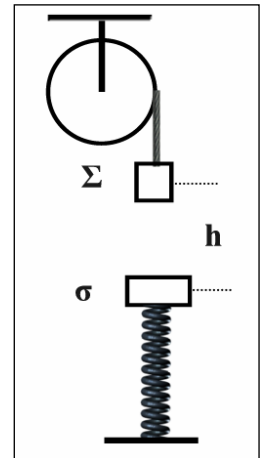
α. Η ταχύτητα του σώματος (Σ) μόλις πριν την κρούση.

β. Η ταχύτητα του σώματος (σ) αμέσως μετά την κρούση.

γ. Το νέο πλάτος ταλάντωσης του σώματος (σ).

δ. Η ταχύτητα του (σ) όταν περνάει από τη θέση ισορροπίας του.

Δίνονται $g=10\text{m/s}^2$ και για την τροχαλία $I=MR^2/2$.

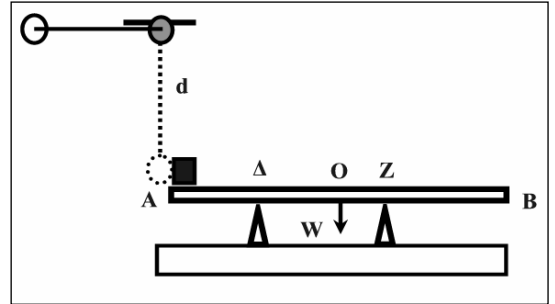


α. 2m/s , β. 1m/s γ. $0,2\text{m}$, δ. $2\sqrt{3}/3\text{m/s}$

□A2.40 Στη διάταξη του σχήματος η ομογενής και ισοπαχής σανίδα AB, μήκους $\lambda=2\text{m}$ και βάρους $w=50\text{N}$ ισορροπεί πάνω στα δύο στηρίγματα Δ και Ζ τα οποία απέχουν από το μέσον της Ο αποστάσεις $ΟΔ=0,6\text{m}$ και $ΟΖ=0,2\text{m}$, Η σανίδα φέρει στο άκρο της Α σώμα, Σ₁, βάρους $w_1=20\text{N}$.

α. Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκούν τα στηρίγματα στη σανίδα.

β. Σφαίρα, Σ_2 , μάζας $m_2=2\text{kg}$ είναι δεμένη με νήμα μήκους $d=0,2\text{m}$ κρέμεται από ακλόνητο σημείο και ισορροπεί στην κατακόρυφη θέση. Εκτρέπουμε το νήμα από τη θέση ισορροπίας του κατά 90° και αφήνουμε τη σφαίρα ελεύθερη. Αυτή όταν φτάνει στο κατώτερο σημείο της τροχιάς της συγκρούεται μετωπικά ελαστικά με το σώμα Σ_1 . Πόση είναι η ταχύτητα του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την κρούση;



γ. Μετά την κρούση το σώμα Σ_1 ολισθαίνει πάνω στη

σανίδα και σταματάει σε σημείο Γ αυτής, στο οποίο η σανίδα είναι έτοιμη να ανατραπεί περιστρεφόμενη γύρω από το στήριγμα Z. Να βρεθεί η απόσταση του σημείου Γ από το άκρο B.

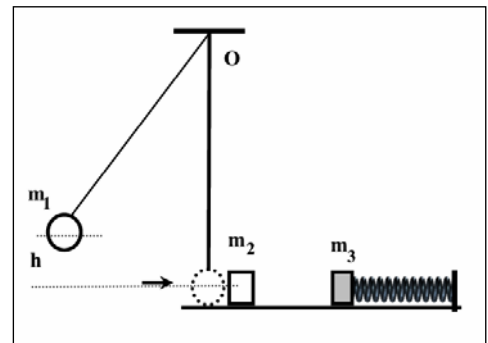
δ. Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής, μ , μεταξύ σώματος Σ_1 και σανίδας.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. $340/8\text{N}$, $220/8\text{N}$, β. 2m/s , γ. $0,3\text{m}$, δ. $\mu=0,117$

A2.41 Σώμα μάζας $m_1=0,1\text{kg}$ που είναι δεμένο στην άκρη τεντωμένου νήματος αφήνεται ελεύθερο από ύψος h , όπως φαίνεται στο σχήμα.. Όταν το νήμα βρίσκεται στην κατακόρυφη θέση το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $v_1=2\text{m/s}$ και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2 με $m_2=m_1$.

Το σώμα μάζας m_2 , μετά την κρούση κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα μάζας $m_3=0,7\text{kg}$. Το σώμα m_3 είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=20\text{N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Τη στιγμή της σύγκρουσης το ελατήριο έχει



το φυσικό του μήκος και ο άξονάς του συμπίπτει με τη διεύθυνση της κίνησης του σώματος μάζας m_2 . Να θεωρήσετε αμελητέα τη χρονική διάρκεια των κρούσεων και τη μάζα του νήματος.

Να υπολογίσετε:

α. Το ύψος h από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο το σώμα m_1 .

β. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_2 με την οποία προσκρούει στο σώμα μάζας m_3 .

γ. Το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα που προέκυψε μετά την πλαστική κρούση.

δ. Το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος μετά από χρόνο $t=\pi/15\text{s}$ από τη στιγμή που αυτό άρχισε να κινείται.

Δίνονται $g=10\text{m/s}^2$ και $\text{syn}\pi/3=0,5$.

(Θέμα επαναληπτικών εξετάσεων 2003)

α. $0,2\text{m}$, β. 2m/s , γ. $0,05\text{m}$, δ. $0,1\text{kgm/s}$