

Συνοπτική θεωρία κυμάτων

1. ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

Μηχανικό κύμα ονομάζεται κάθε διαταραχή που μεταφέρει ενέργεια και ορμή με πεπερασμένη ταχύτητα μέσα σ' ένα ελαστικό μέσο (στερεό, υγρό ή αέριο).

Τα μηχανικά κύματα μεταφέρουν μηχανική ενέργεια από σημείο σε σημείο ενός ελαστικού μέσου, χωρίς να μεταφέρουν ύλη. Τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται γύρω από μια θέση ισορροπίας μεταφέροντας το ένα στο άλλο, λόγω της συνοχής τους, κινητική και δυναμική ενέργεια και ορμή.

Η διαταραχή μπορεί να είναι, ταλάντωση των μορίων ενός ελαστικού μέσου, γύρω από μια θέση ισορροπίας (π.χ. υδατηρό κύμα), μεταβολή πίεσης ή πυκνότητας του αέρα (π.χ. ηχητικό κύμα).

Αν η ταλάντωση είναι αρμονική τότε το κύμα είναι ένα τρέχον αρμονικό κύμα.

Πλάτος A : Η μέγιστη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας των ΑΑΤ που κάνει κάθε υλικό σημείο του ελαστικού μέσου, δηλαδή το πλάτος της ΑΑΤ της πηγής των κυμάτων αλλά και κάθε άλλου σημείου του ελαστικού μέσου. Θεωρείται ότι παραμένει σταθερό κατά τη διάδοση του κύματος.

Μήκος κύματος λ : Η απόσταση που διανύει το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου.
Η απόσταση που απέχουν δύο σημεία του ελαστικού μέσου που έχουν διαφορά φάσης 2π , δηλαδή βρίσκονται σε συμφωνία φάσης.
Η απόσταση δύο διαδοχικών λόφων ή κοιλάδων.

Περίοδος T : Ο χρόνος που χρειάζεται το κάθε μόριο του ελαστικού μέσου για να κάνει μια πλήρη ταλάντωση γύρω από μια θέση ισορροπίας.

Συχνότητα f : Η συχνότητα ταλάντωσης της πηγής των κυμάτων αλλά και κάθε μορίου του ελαστικού μέσου μέσα στο οποίο διαδίδεται το κύμα.

Ταχύτητα διάδοσης v : Η ταχύτητα με την οποία ταξιδεύει η φάση του κύματος, δηλαδή η διαταραχή, ή με άλλα λόγια το μέτωπο του κύματος.

□ Θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής: $v = \lambda \cdot f$

Συχνότητα f και περίοδος T χαρακτηρίζουν την πηγή του κύματος και δεν μεταβάλλονται αν το κύμα αλλάξει ελαστικό μέσο διάδοσης.

Η ταχύτητα του κύματος εξαρτάται από το είδος του κύματος και από τις ιδιότητες και την πυκνότητα του ελαστικού μέσου.

Όταν το κύμα αλλάζει μέσο διάδοσης: Μεταβάλλονται η ταχύτητα v και το μήκος κύματος λ . Παραμένουν σταθερά, η συχνότητα f και η περίοδος T .

Στα εγκάρσια κύματα, τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται σε διεύθυνση κάθετη στην ευθεία διάδοσης του κύματος. Διαδίδονται με όρη και κοιλάδες, στα στερεά (π.χ. χορδές) και στην ελεύθερη επιφάνεια των υγρών (υδατηρό κύμα).

Στα διαμήκη κύματα τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση της διάδοσης του κύματος. Διαδίδονται με πυκνώματα και αραιώματα στα στερεά, υγρά και αέρια. Τα ηχητικά κύματα είναι διαμήκη.

Εξισώσεις τρέχοντος αρμονικού κύματος

□ Εξίσωση αρμονικού κύματος που οδεύει στη θετική φορά του άξονα Ox. Η πηγή O, (x=0) ταλαντώνεται αρμονικά με εξ. $y = A\eta\mu 2\pi \frac{t}{T}$:

$$y = A\eta\mu(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda})$$

□ Εξίσωση αρμονικού κύματος που οδεύει στη αρνητική φορά του άξονα Ox Η πηγή O, (x=0) ταλαντώνεται αρμονικά με εξ. $y = A\eta\mu 2\pi \frac{t}{T}$:

$$y = A\eta\mu(2\pi \frac{t}{T} + 2\pi \frac{x}{\lambda})$$

□ Εξίσωση αρμονικού κύματος που οδεύει στη θετική φορά του άξονα Ox. Η πηγή O, (x=0) ταλαντώνεται αρμονικά με εξ. $y = A\eta\mu(2\pi \frac{t}{T} + \phi_0)$:

$$y = A\eta\mu(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \phi_0)$$

ϕ_0 η αρχική φάση.

□ Φάση τρέχοντος κύματος που οδεύει στη θετική φορά και έχει ϕ_0 :

$$\phi = 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \phi_0$$

□ Ταχύτητα ταλάντωσης μορίων ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται τρέχον κύμα με εξίσωση, $y = A\eta\mu(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda})$

$$v = v_0 \sigma\upsilon\nu\nu(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda}) \quad v_0 = A\omega$$

□ Επιτάχυνση ταλάντωσης μορίων ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται τρέχον κύμα με εξίσωση, $y = A\eta\mu(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda})$

$$a = -\alpha_0 \eta\mu(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda}) \quad \alpha_0 = A\omega^2$$

□ Διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων την ίδια χρονική στιγμή t:

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{x_2 - x_1}{\lambda} \quad \text{ή} \quad \Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$$

□ Σημεία σε συμφωνία φάσης έχουν διαφορά φάσης: και απέχουν μεταξύ τους:

$$\Delta\phi = 2\kappa\pi \quad \Delta x = \kappa\lambda \quad \kappa = 1, 2, 3, \dots$$

Έχουν κάθε χρονική στιγμή ίδια απομάκρυνση, ίδια ταχύτητα και κινούνται στην ίδια φορά.

□ Σημεία σε αντίθεση φάσης έχουν διαφορά φάσης: και απέχουν μεταξύ τους:

$$\Delta\phi = (2\kappa + 1)\pi \quad \Delta x = \frac{2\kappa + 1}{2}\lambda \quad \kappa = 0, 1, 2, \dots$$

Έχουν κάθε χρονική στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις, ίδιο μέτρο ταχύτητας και κινούνται σε αντίθετη φορά.

Επαλληλία ή υπέρθεση κυμάτων – Συμβολή κυμάτων

- Αρχή της επαλληλίας: Όταν σε ένα ελαστικό μέσο διαδίδονται ταυτόχρονα δύο ή περισσότερα κύματα η απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου είναι ίση με τη συνισταμένη των απομακρύνσεων που οφείλονται στα επί μέρους κύματα. Δεν ισχύει για κύματα πολύ μεγάλου πλάτους.
- Συμβολή κυμάτων: Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου.
- Σύγχρονες πηγές: Οι πηγές που έχουν την ίδια φάση σε όλη τη διάρκεια εκπομπής τους. Δίνουν ταυτόχρονα μέγιστα και ελάχιστα.
- Σύμφωνες πηγές: Οι πηγές με σταθερή διαφορά φάσης σε όλη τη διάρκεια εκπομπής τους.

Συμβολή δύο κυμάτων με τυχαίες διευθύνσεις στην επιφάνεια του υγρού.

- Εξίσωση απομάκρυνσης σημείου Σ που απέχει αποστάσεις r_1, r_2 από τις δύο σύγχρονες πηγές

κυμάτων που παράγουν κύματα με εξισώσεις

$$y_1 = A \eta \mu \left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x_1}{\lambda} \right), \quad y_2 = A \eta \mu \left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x_2}{\lambda} \right)$$

$$y = 2A \sigma \nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)$$

$$A' = 2A \sigma \nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \quad (\text{πλάτος})$$

- Ενισχυτική συμβολή: Αν $|r_1 - r_2| = k\lambda$ με $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ Τότε: $A' = 2A$ μέγιστο
- Καταστρεπτική συμβολή: Αν $|r_1 - r_2| = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ με $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ Τότε: Ακινήσια $A' = 0$
Ο γεωμετρικός τόπος όλων των σημείων με $r_1 - r_2 = \text{σταθ.}$ είναι υπερβολή.

Στάσιμο κύμα: Το αποτέλεσμα της συμβολής δύο κυμάτων, ίδιου πλάτους, ίδιας συχνότητας που διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο με αντίθετες κατευθύνσεις.

- Εξίσωση στάσιμου κύματος: $y_\sigma = y_1 + y_2 = 2A \cdot \sigma \nu \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \eta \mu \frac{2\pi t}{T}$
- Πλάτος στάσιμου κύματος: $A' = 2A \cdot \sigma \nu \frac{2\pi x}{\lambda}$
- Οι δεσμοί πρέπει να ικανοποιούν τη σχέση: $A' = 0 \rightarrow x_\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{4}, \quad k=0, 1, 2, \dots$
- Οι κοιλίες πρέπει να ικανοποιούν τη σχέση: $A' = \pm 2A \rightarrow x_k = \frac{k\lambda}{2}, \quad k=0, 1, 2, \dots$
Αν στη θέση $x=0$ υπάρχει κοιλία.
- Απόσταση δύο διαδοχικών δεσμών ή κοιλιών: $\lambda/2$
- Απόσταση δεσμού από την αμέσως επόμενη κοιλία: $\lambda/4$

□ Η ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων του

μέσου στο οποίο υπάρχει στάσιμο κύμα: $v_{\sigma} = v_{0\sigma} \text{ συν } \frac{2\pi t}{T}$ $v_{0\sigma} = A' \cdot \omega$ και $A' = 2A \text{ συν } \frac{2\pi x}{\lambda}$

□ Η διαφορά φάσης σημείων στάσιμου:

$\Delta\phi = 0$ για δύο σημεία μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών
 $\Delta\phi = \pi$ για δύο σημεία εκατέρωθεν ενός δεσμού που απέχουν απόσταση μικρότερη από $\lambda/2$.

Διαφορές στάσιμου και τρέχοντος κύματος:

1. Στο τρέχον κύμα όλα τα μόρια του μέσου ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος
Στο στάσιμο το πλάτος ταλάντωσης κυμαίνεται από 0 έως $2A$ και εξαρτάται από τη θέση τους.
2. Στο τρέχον κύμα έχουμε μεταφορά ενέργειας και ορμής.
Στο στάσιμο δεν έχουμε μεταφορά ενέργειας και ορμής.
3. Στο τρέχον, η φάση μετατοπίζεται με την ταχύτητα διάδοσης του κύματος, $\phi = 2\pi(t/T - x/\lambda)$
Στο στάσιμο, η φάση δεν μετατοπίζεται, $\phi = 2\pi t/T$.
4. Στο τρέχον, όλα τα σημεία ταλαντώνονται.
Στο στάσιμο υπάρχουν και σημεία (δεσμοί) που μένουν ακίνητα.
5. Στο τρέχον τα σημεία περνούν από τη θέση ισορροπίας τους σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, εκτός αυτών που είναι συμφασικά και περνούν ταυτόχρονα.
Στο στάσιμο όλα τα υλικά σημεία του μέσου περνούν ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας.
6. Στο τρέχον δύο σημεία που έχουν απόσταση μικρότερη ή ίση από λ έχουν διαφορά φάσης που κυμαίνεται από 0 έως 2π .
Στο στάσιμο δύο σημεία που έχουν απόσταση μικρότερη ή ίση του $\lambda/2$ έχουν διαφορά φάσης που είναι 0 ή π .

1. Τρέχοντα μηχανικά αρμονικά κύματα

(Ε) Ερωτήσεις

E1.1 Να συμπληρωθούν τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:

- Κατά τη διάδοση ενός κύματος, μεταφέρεται ορμή και ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο, αλλά όχι.....
- Εγκάρσια ονομάζονται τα κύματα στα οποία όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται..... στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- Διαμήκη ονομάζονται τα κύματα στα οποία όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται..... στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ένα κύμα σε ένα μέσον εξαρτάται μόνο από τις..... του ελαστικού μέσου και το είδος του.....
- Η απόσταση στην οποία διαδίδεται το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου ονομάζεται..... κύματος.
- Τα κύματα που διαδίδονται στην επιφάνεια των υγρών μπορούν να θεωρηθούν κατά προσέγγιση.....

E1.2 Να συμπληρωθούν τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:

- Αν σε χρόνο t μια διαταραχή διαδίδεται σε απόσταση, x τότε το πηλίκο..... ονομάζεται ταχύτητα..... του κύματος.
- Η συχνότητα του κύματος δείχνει τον αριθμό των..... αν πρόκειται για εγκάρσιο κύμα ή τον αριθμό των..... αν πρόκειται για διαμήκες που φτάνουν σε κάποιο σημείο του μέσου στη μονάδα του χρόνου.
- Περίοδος κύματος είναι το χρονικό διάστημα μέσα στο οποίο η κυματική εικόνα.....
- Ως μήκος κύματος ορίζεται η απόσταση μεταξύ δύο..... σημείων του μέσου που απέχουν το ίδιο από τη θέση..... και κινούνται κατά την..... φορά.
- Η θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής είναι:.....

E1.3 Να συμπληρωθούν τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:

- Η φάση ενός τρέχοντος κύματος εξαρτάται από το..... και την..... από την πηγή και μετριέται σε.....
- Το διάγραμμα $y=f(x)$ που δίνει τη θέση των διαφόρων σημείων του ελαστικού μέσου σε μια χρονική στιγμή λέγεται..... τρέχοντος κύματος.
- Δύο σημεία ενός ελαστικού μέσου θεωρούνται σε «συμφωνία φάσης» όταν έχουν..... απομακρύνσεις και..... φορά κίνησης κάθε χρονική στιγμή.
- Δύο σημεία ενός ελαστικού μέσου θεωρούνται σε «αντίθεση φάσης» όταν έχουν..... απομακρύνσεις και..... φορά κίνησης κάθε χρονική στιγμή.

E1.4 Να αποδειχθεί η θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής, $v=\lambda \cdot f$.

E1.5 Μια πηγή αρμονικής διαταραχής, O βρίσκεται στην αρχή, $x=0$ του άξονα x/x και παράγει εγκάρσια γραμμικά κύματα που διαδίδονται κατά τη θετική φορά. Η πηγή αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με εξίσωση απομάκρυνσης $y=A\eta\mu(2\pi t/T)$. Να αποδειχθεί η εξίσωση του κύματος:

$$y=A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$$

E1.6 Πηγή αρμονικών διαταραχών αρχίζει να παράγει κύματα τη χρονική στιγμή $t_0=0$ τα οποία διαδίδονται κατά τη θετική φορά του άξονα xOx με εξίσωση κύματος $y=A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$.
 Να αποδειχθεί ότι η διαφορά φάσης δύο σημείων του μέσου την ίδια χρονική στιγμή t , που απέχουν μεταξύ τους απόσταση Δx , ισούται με:

$$\Delta\varphi=2\pi,\frac{\Delta x}{\lambda}$$

E1.7 Πηγή αρμονικών διαταραχών αρχίζει να παράγει κύματα τη χρονική στιγμή $t_0=0$ τα οποία διαδίδονται κατά τη θετική φορά του άξονα xOx με εξίσωση $y=A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$.
 Να αποδειχθεί ότι η μεταβολή της φάσης ενός σημείου M του ελαστικού μέσου για δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές t_1, t_2 ισούται με:

$$\Delta\varphi=2\pi\frac{t_2 - t_1}{T}$$

E1.8 Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα μήκους κύματος λ , κατά τη θετική φορά του άξονα xOx με εξίσωση $y=A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$.
 Αν δύο σημεία δύο σημεία του ελαστικού μέσου έχουν κάθε χρονική στιγμή την ίδια απομάκρυνση, την ίδια ταχύτητα και κινούνται με την ίδια φορά να αποδειχθεί ότι η διαφορά των αποστάσεών τους $\Delta x=x_2-x_1$ από την πηγή των κυμάτων είναι ίση με ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος:

$$\text{Σημεία σε συμφωνία φάσης } \clubsuit \Delta x=k\lambda, \quad \text{με } k=0,1,2,\dots$$

E1.9 Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα μήκους κύματος λ , κατά τη θετική φορά του άξονα xOx με εξίσωση $y=A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$.
 Αν δύο σημεία δύο σημεία του ελαστικού μέσου έχουν κάθε χρονική στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις, το ίδιο μέτρο ταχύτητας και κινούνται με αντίθετη φορά να αποδειχθεί ότι η διαφορά των αποστάσεών τους $\Delta x=x_2-x_1$ από την πηγή των κυμάτων είναι ίση με περιττό πολλαπλάσιο του μισού του μήκους κύματος:

$$\text{Σημεία σε αντίθεση φάσης } \clubsuit \Delta x=(2k+1)\lambda/2, \quad \text{με } k=0,1,2,\dots$$

E1.10 Να παρασταθούν γραφικά σε διαφορετικά διαγράμματα, $y=f(x)$, στιγμιότυπα ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος του οποίου η εξίσωση απομάκρυνσης είναι της μορφής $y=A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$, τις χρονικές στιγμές:

α. $t_0=0$	γ. $t_2=T/2$	ε. $t_4=T$
β. $t_1=T/4$	δ. $t_3=3T/4$	στ. $t_5=5T/4$

E1.11 Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα Ox . Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, το σημείο $O(x=0)$, βρίσκεται στη θέση ισορροπίας και κινείται προς τη θετική φορά. Να παραστήσετε γραφικά την απομάκρυνση y σε σχέση με το χρόνο, t ενός σημείου M του ελαστικού μέσου το οποίο απέχει απόσταση $x_1=\lambda$ από το O , όπου λ το μήκος κύματος.

E1.12 Κατά τη διάδοση ενός αρμονικού κύματος όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου που κινούνται κάνουν:

- α. Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.
- β. Περιοδική κίνηση.
- γ. Απλή αρμονική ταλάντωση.
- δ. Άλλη κίνηση.

E1.13 Τα εγκάρσια κύματα:

- α. Διαδίδονται μόνο στα υγρά.
 - β. Διαδίδονται με «όρη» και «κοιλιάδες».
 - γ. Προκαλούν μεταβολές πυκνότητας στα μέσα που διαδίδονται.
 - δ. Μεταφέρουν ενέργεια και ορμή από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο.
 - ε. Προκαλούν ταλάντωση των υλικών σημείων του μέσου σε διεύθυνση κάθετη στην ευθεία διάδοσης του κύματος.
- Ποιες από τις προηγούμενες προτάσεις είναι σωστές;

E1.14 Τα διαμήκη κύματα:

- α. Διαδίδονται σε στερεά, υγρά αλλά όχι αέρια.
- β. Προκαλούν μεταβολές του σχήματος του μέσου μέσα στο οποίο ταξιδεύουν.
- γ. Προκαλούν ταλάντωση των υλικών σημείων του μέσου σε διεύθυνση παράλληλη στην ευθεία διάδοσης του κύματος.
- δ. Μεταφέρουν ενέργεια, ορμή και ύλη από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο.
- ε. Διαδίδονται με πυκνώματα και αραιώματα.

E1.15 Όταν διαδίδεται ένα ηχητικό κύμα μεταφέρεται:

- α. Ύλη και ενέργεια.
- β. Μόνο ενέργεια.
- γ. Ενέργεια και ορμή.
- δ. Ύλη, ενέργεια και ορμή.

E1.16 Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος εξαρτάται:

- α. Από τις ιδιότητες του ελαστικού μέσου μέσα στο οποίο διαδίδεται και το είδος του κύματος.
- β. Από τη συχνότητα ταλάντωσης της πηγής.
- γ. Μόνο από τις ιδιότητες του ελαστικού μέσου μέσα στο οποίο διαδίδεται.
- δ. Από το πλάτος ταλάντωσης των σωματιδίων του ελαστικού μέσου.

E1.17 Μήκος κύματος λ είναι:

- α. Η απόσταση που διατρέχει το κύμα σε χρονικό διάστημα, $\Delta t = 1s$.
- β. Η απόσταση μεταξύ δύο οποιονδήποτε σημείων που βρίσκονται στην ίδια ακτίνα διάδοσης και έχουν κάθε χρονική στιγμή την ίδια απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας.
- γ. Η μέγιστη απομάκρυνση κάθε σημείου από τη θέση ισορροπίας του.
- δ. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων που βρίσκονται στην ίδια ακτίνα διάδοσης και έχουν κάθε χρονική στιγμή την ίδια απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας και κινούνται κατά την ίδια φορά.

E1.18 Η συχνότητα ταλάντωσης των μορίων ενός ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα:

- α. Εξαρτάται και από το ελαστικό μέσο μέσα στο οποίο διαδίδεται το κύμα.
 - β. Δείχνει τον αριθμό των κορυφών που φτάνουν σε κάποιο σημείο του μέσου στη μονάδα του χρόνου.
 - γ. Μεταβάλλεται αν το κύμα αλλάξει ελαστικό μέσο διάδοσης.
 - δ. Δείχνει τον αριθμό των πυκνωμάτων που φτάνουν σε κάποιο σημείο του μέσου στη μονάδα του χρόνου.
 - ε. Είναι ίδια με τη συχνότητα ταλάντωσης της πηγής των κυμάτων.
- Ποιες από τις προηγούμενες προτάσεις είναι σωστές;

E1.19 Αν ένα αρμονικό κύμα αλλάξει ελαστικό μέσο, τότε μεταβάλλονται:

- α. Η συχνότητα και η ταχύτητα διάδοσης.
- β. Η ταχύτητα διάδοσης και το μήκος κύματος.

- γ. Η ταχύτητα διάδοσης, η συχνότητα και το μήκος κύματος.
- δ. Η περίοδος και το μήκος κύματος.

E1.20 Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται:

- α. Μόνο στα στερεά.
- β. Στα στερεά και στα υγρά.
- γ. Στα στερεά, υγρά και αέρια.
- δ. Μόνο στα αέρια.

E1.21 Τα εγκάρσια κύματα διαδίδονται:

- α. Στα στερεά και κατά προσέγγιση στην ελεύθερη επιφάνεια των υγρών.
- β. Μόνο σε τεντωμένες χορδές.
- γ. Σε όλα τα ρευστά.
- δ. Όπου και τα διαμήκη.

E1.22 Το ηχητικό κύμα:

- α. Είναι διαμήκες.
- β. Έχει την ίδια ταχύτητα διάδοσης σε όλα τα υλικά.
- γ. Προκαλεί μεταβολές στην πυκνότητα του μέσου στο οποίο διαδίδεται.
- δ. Δεν μεταφέρει ενέργεια.
- ε. Δεν διαδίδεται στα στερεά.

Ποιες από τις προηγούμενες προτάσεις είναι σωστές;

E1.23 Το στιγμιότυπο του κύματος είναι η γραφική παράσταση:

- α. Της φάσης ενός σημείου σε συνάρτηση με το χρόνο.
- β. Της απομάκρυνσης ενός σημείου του μέσου σε συνάρτηση με το χρόνο.
- γ. Της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας τους όλων των σημείων ενός μέσου σε μια δεδομένη χρονική στιγμή.
- δ. Τίποτα από τα παραπάνω.

E1.24 Δύο σημεία ενός ελαστικού μέσου έχουν κάποια χρονική στιγμή t_1 , διαφορά φάσης $\Delta\phi$. Σε μια επόμενη χρονική στιγμή, t_2 , η διαφορά φάσης των ίδιων σημείων θα έχει:

- α. Αυξηθεί.
- β. Ελαττωθεί.
- γ. Αυξηθεί ή ελαττωθεί ανάλογα με τις χρονικές στιγμές.
- δ. Παραμένει ίδια.

E1.25 Δύο σημεία ενός ελαστικού μέσου που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $\Delta x=4\lambda$ έχουν διαφορά φάσης:

- α. $\Delta\phi=0$
- β. $\Delta\phi=8\pi$
- γ. $\Delta\phi=4\pi$
- δ. $\Delta\phi=2\pi$

Ποια είναι η σωστή απάντηση;

E1.26 Η φάση γραμμικού αρμονικού εγκάρσιου κύματος είναι $\phi=2\pi(t/T-x/\lambda)$. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές ή λανθασμένες;

- α. Το κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα x/Ox .
- β. Όσο πιο απομακρυσμένο είναι ένα σημείο από την πηγή των κυμάτων, O , τόσο μικρότερη φάση έχει.
- γ. Η φάση ταλάντωσης ενός σημείου είναι ίδια κάθε χρονική στιγμή.
- δ. Δύο σημεία που απέχουν μεταξύ τους απόσταση, λ , είναι σε συμφωνία φάσης.
- ε. Η διαφορά φάσης δύο σημείων του ελαστικού μέσου είναι ίδια κάθε χρονική στιγμή.
- στ. Δύο σημεία με διαφορά φάσης, $\Delta\phi=3\pi/2$, απέχουν μεταξύ τους απόσταση ίση με $3\lambda/4$.
- ζ. Είναι αδύνατο σε μια δεδομένη χρονική στιγμή να υπάρχει σημείο του μέσου που να έχει φάση μηδέν.

E1.27 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες;

- α. Κάθε περιοδικό κύμα είναι και αρμονικό.
- β. Κατά τη διάδοση ενός εγκάρσιου κύματος, μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο, ενώ κατά τη διάδοση ενός διαμήκους μεταφέρεται ενέργεια και ύλη.
- γ. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων ενός ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται αρμονικό κύμα είναι ανάλογη της συχνότητας ταλάντωσης αυτών.
- δ. Αν το κύμα αλλάξει ελαστικό μέσο μεταβάλλονται η ταχύτητα διάδοσης και το μήκος κύματος.
- ε. Το μήκος κύματος λ ισούται με την απόσταση που διατρέχει το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου.
- στ. Όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται ένα τρέχον αρμονικό κύμα διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισοροπίας τους.

E1.28 Αν διπλασιάσουμε τη συχνότητα ενός αρμονικού κύματος που διαδίδεται σ' ένα ελαστικό μέσο, ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- α. Η ταχύτητα διάδοσης διατηρείται σταθερή.
- β. Η περίοδος υποδιπλασιάζεται.
- γ. Το μήκος κύματος διπλασιάζεται.
- δ. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου διπλασιάζεται.
- ε. Η μέγιστη επιτάχυνση ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου τετραπλασιάζεται.

E1.29 Δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με πλάτη A και $2A$ και συχνότητες ταλάντωσης f και $f/2$ αντιστοίχως διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο. Να συγκριθούν μεταξύ των δύο κυμάτων:

- α. Οι ταχύτητες διάδοσης.
- β. Τα μήκη κύματος.
- γ. Οι μέγιστες ταχύτητες ταλάντωσης των σωματιδίων του ελαστικού μέσου.
- δ. Οι μηχανικές ενέργειες ταλάντωσης των σωματιδίων του ελαστικού μέσου.

E1.30 Κατά μήκος δύο χορδών, ίδιου πάχους, ίδιου υλικού, που είναι τεντωμένες με την ίδια δύναμη διαδίδονται δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με περιόδους $T_1=T$, $T_2=4T$ και πλάτη $A_1=2A$ και $A_2=A$ αντιστοίχως. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λάθος; Να αιτιολογήσετε την κάθε απάντησή σας.

- α. Για τις ταχύτητες διάδοσης ισχύει η σχέση: $v_2=4v_1$
- β. Για τα μήκη κύματος ισχύει η σχέση $\lambda_2=4\lambda_1$.
- γ. Για τις μέγιστες ταχύτητες ταλάντωσης ισχύει η σχέση: $8v_{02}=v_{01}$.
- δ. Για τις μέγιστες επιταχύνσεις ταλάντωσης ισχύει η σχέση: $a_{02}=32a_{01}$.

E1.31 Η εξίσωση αρμονικού κύματος είναι $y=0,1\mu(20\pi t-2\pi x)$, S.I. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι:

- α. 10m/s β. 1m/s γ. 0,1m/s δ. 0,01m/s

E1.32 Η εξίσωση αρμονικού κύματος είναι $y=2\eta\mu 2\pi(\frac{t}{2} - \frac{x}{4})$ στο S.I. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου είναι:

- α. 2π m/s β. 4π m/s γ. 1m/s δ. 20m/s

E1.33 Η εξίσωση απομάκρυνσης τρέχοντος κύματος είναι $y=0,2\eta\mu(400\pi t - 2\pi x)$, (S.I) Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σωστές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- α. Το κύμα οδεύει προς τη θετική φορά.

β. Η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων είναι $v=80\pi\sin 2\pi(200t-x)$, (SI).

γ. Η ταχύτητα διάδοσης είναι 20m/s.

δ. Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης ταλάντωσης είναι $a_0=32\pi^2\text{m/s}^2$.

E1.34 Αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα διάδοσης xOx . Κάποια χρονική στιγμή σημείο A που βρίσκεται στον άξονα διάδοσης έχει φάση $\varphi_A=100\pi$ και σημείο B, $\varphi_B=80\pi$. Το κύμα διαδίδεται:

α. Από το A προς το B. β. Από το B προς το A. γ. Δεν μπορούμε να απαντήσουμε.

Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.35 Αρμονικό κύμα έχει εξίσωση της γενικής μορφής :

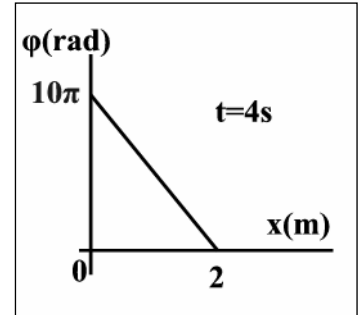
$y=A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$. Τη χρονική στιγμή $t=4\text{s}$ η γραφική παράσταση της φάσης ως προς την απόσταση x είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα.

I. Η συχνότητα του κύματος είναι:

α. 0,8Hz β. 1,25Hz γ. 1Hz δ. 0,4Hz

II. Η ταχύτητα διάδοσης είναι:

α. 5m/s β. 50m/s γ. 0,5m/s δ. 2m/s



Ποιες απαντήσεις είναι οι σωστές; Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

E1.36 Στο σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος.

Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

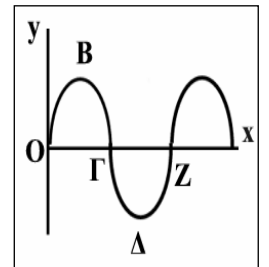
α. Το σημείο Γ έχει μέγιστη κατά μέτρο και αλγεβρικά θετική ταχύτητα.

β. Τα σημεία B και Δ έχουν διαφορά φάσης 2π .

γ. Τα σημεία O και Z έχουν κάθε χρονική στιγμή ίσες απομακρύνσεις και κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση.

δ. Το σημείο Z κινείται προς τη θετική κατεύθυνση.

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



E1.37 Σε γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδεται αρμονικό κύμα με μήκος κύματος, λ . Δύο σημεία του ελαστικού μέσου τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση $7\lambda/2$ έχουν την ίδια στιγμή απομακρύνσεις y_1, y_2 για τις οποίες ισχύει:

α. $y_1=y_2$

β. $y_1=-y_2$

γ. $|y_1|\neq |y_2|$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.38 Σε γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδεται αρμονικό κύμα κατά τη θετική φορά του άξονα xOx με μήκος κύματος λ . Κάποια χρονική στιγμή η φάση ενός σημείου M, με $x_M=10\lambda$, του ελαστικού μέσου είναι $\varphi_M=15\pi/2$, ενώ άλλου σημείου N την ίδια χρονική στιγμή είναι, $\varphi_N=5\pi/2$. Βρείτε τη σωστή απάντηση στις ερωτήσεις που ακολουθούν και δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

I. Το κύμα διαδίδεται: α. από το M προς το N. β. από το N προς το M.

II. Η απόσταση x_N του σημείου N από την πηγή των κυμάτων είναι: α. 12,5λ, β. 7,5λ, γ. 15λ

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.39 Κατά μήκος ενός γραμμικού μέσου διαδίδεται αρμονικό κύμα με μήκος κύματος λ .

I. Η μικρότερη απόσταση δύο σημείων που έχουν κάθε στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις και αντίθετες ταχύτητες είναι:

- α. λ β. $\lambda/4$ γ. $\lambda/2$

II. Η διαφορά φάσης των παραπάνω σημείων τους ελαστικού μέσου είναι:

- α. π rad β. $\pi/2$ rad γ. 2π rad

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.40 Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται σύμφωνα με την εξίσωση:

$$y=0,4\eta\mu[\pi(t/3 - 2x/3)+\pi/2], \text{ (στο S.I.)}$$

I. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι:

- α. 0,5m/s β. 1,5m/s γ. 2m/s

II. Το κύμα θα φτάσει σε σημείο, Σ, με $x_{\Sigma}=12\text{m}$, (η αρχή του άξονα έχει $x=0$) τη χρονική στιγμή:

- α. 45s β. 24s γ. 22,5s

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.41 Σε τεντωμένη χορδή διαδίδεται κύμα, πλάτους A , με μήκος κύματος λ . Τα σωματίδια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται με μέγιστη επιτάχυνση μέτρου, 16m/s^2 . Σε μια ίδια ακριβώς χορδή διαδίδεται κύμα πλάτους $A/2$ με μήκος κύματος 2λ . Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης ταλάντωσης των σωματιδίων θα είναι:

- α. 2m/s^2 β. 16m/s^2 γ. 32m/s^2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.42 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα xOx . Το σημείο O με $x=0$ αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t=0$ και μετά από 8 διελεύσεις από τη θέση ισορροπίας του παρατηρούμε ότι αρχίζει να ταλαντώνεται σημείο M του άξονα Ox .

Η διαφορά φάσης των δύο σημείων O και M είναι:

- α. 16π rad β. 8π rad γ. 2π rad

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.43 Κατά μήκος μιας τεντωμένης χορδής διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα xOx με μήκος κύματος $\lambda=0,8\text{m}$. Σημείο M της χορδής έχει κάποια χρονική στιγμή t απομάκρυνση $y=+3\text{cm}$ και ταχύτητα $v=+5\text{m/s}$. Σημείο K της χορδής που βρίσκεται αριστερά από το M και απέχει απόσταση $0,4\text{m}$ από αυτό, την ίδια χρονική στιγμή θα έχει απομάκρυνση και ταχύτητα:

- α. $+3\text{cm}, +5\text{m/s}$ β. $+3\text{cm}, -5\text{m/s}$ γ. $-3\text{cm}, +5\text{m/s}$ δ. $-3\text{cm}, -5\text{m/s}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.44 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα x/Ox . Το σημείο O ($x_0=0$) αρχίζει να ταλαντώνεται τη στιγμή $t_0=0$ με $v>0$. Το τρίτο κατά σειρά σημείο σε αντίθεση φάσης με το O , απέχει από το O απόσταση $10m$, ενώ ο ρυθμός μεταβολής της φάσης του σημείου O είναι π rad/s. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος θα είναι:

α. $8m/s$

β. $4m/s$

γ. $2 m/s$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.45 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα x/Ox . Το σημείο O με $x=0$ αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με $v>0$ και η εξίσωση του κύματος είναι $y=0,1\eta\mu\pi(40t-0,4x)$ τα x και y σε cm , το t σε s . Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

α. Το υλικό σημείο Σ με $x_\Sigma=0,2m$ αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t=0,2s$.

β. Τη χρονική στιγμή που το O φτάνει για δεύτερη φορά στην ακραία θετική θέση ταλάντωσης ένα άλλο σημείο P με $x_P=6cm$ μόλις αρχίζει να ταλαντώνεται.

γ. Τη χρονική στιγμή $t=9/80s$ έχουν σχηματιστεί 3 λόφοι και 2 κοιλάδες.

δ. Η διαφορά φάσης δύο σημείων που απέχουν μεταξύ τους $10cm$ είναι κάθε στιγμή ίση με 4π rad.

E1.46 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα x/Ox . Σημείο M με $x_M=0,2m$ ταλαντώνεται με εξίσωση $y_M=0,2\eta\mu 2\pi(2t-2)$ (SI).

I. Μεταξύ των σημείων M και Λ όπου $x_\Lambda=0,6m$ η κυματική εικόνα επαναλαμβάνεται:

α. 1 φορά

β. 2 φορές

γ. 4 φορές

δ. 8 φορές

II. Το κύμα για να φτάσει από το M στο Λ χρειάζεται χρόνο:

α. $2s$

β. $4s$

γ. $0,5s$

δ. $1s$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.47 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα x/Ox με εξίσωση $y=0,1\eta\mu 2\pi(2t - 2x)$ (S.I) Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε ένα στιγμιότυπο αυτού του κύματος τη χρονική στιγμή t_1 .

I. Η χρονική στιγμή t_1 είναι; α. $0,5s$ β. $1s$

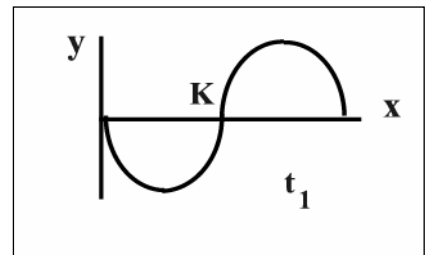
II. Η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου K τη χρονική στιγμή t_1

είναι: α. $v>0$ β. $v=0$ γ. $v<0$

III. Η επιτάχυνση ταλάντωσης ενός σημείου M με $x_M=1/6m$ είναι:

α. $8\sqrt{3}m/s^2$ β. $-2\sqrt{3}m/s^2$

Ποιες είναι οι σωστές απαντήσεις; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας. Δίνεται $\pi^2=10$.

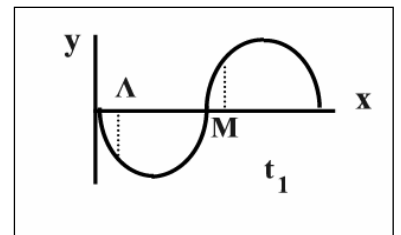


E1.48 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται με εξίσωση $y=A\eta\mu 2\pi(t/T-x/\lambda)$ και στο σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή t_1 .

α. Να σχεδιάσετε τα στιγμιότυπα τις χρονικές στιγμές, $t_2= t_1-T/4$ και $t_3=t_1+T/4$.

β. Να βρείτε στο στιγμιότυπο του σχήματος το πρόσημο της ταχύτητας των σημείων Λ και M .

γ. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις ταχύτητας ταλάντωσης, $v=f(x)$ και επιτάχυνσης, $a=f(x)$ για όλα τα σημεία του μέσου και για τις τρεις χρονικές στιγμές t_1, t_2, t_3 .



1.49 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται με εξίσωση $y=A\eta\mu 2\pi(t/T-x/0,4)$ (SI). Δύο σημεία στον άξονα x/Ox έχουν θέσεις $x_K=0,2\text{m}$ και $x_\Lambda=0,9\text{m}$. Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σωστές ή λανθασμένες; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

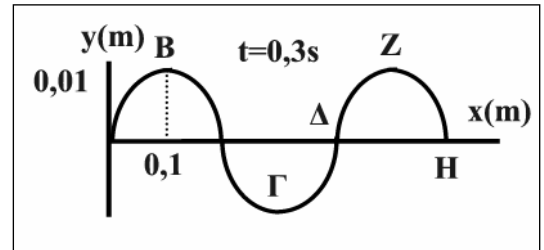
α. Η απόλυτη τιμή της διαφοράς φάσης είναι $2,5\pi$ rad.

β. Το K προηγείται του Λ κατά $3,5\pi$ rad.

γ. Τη στιγμή που το σημείο K περνά από τη θέση ισοροπίας με θετική ταχύτητα, το Λ βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνση.

δ. Μεταξύ των K και Λ υπάρχουν 3 λόφοι.

E1.50 Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο αρμονικού κύματος που οδεύει κατά τη θετική φορά του άξονα Ox με το σημείο $x=0$ να έχει $y=0$ τη χρονική στιγμή $t=0$ και $v>0$. Το στιγμιότυπο είναι τη χρονική στιγμή $t_1=0,3\text{s}$. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λάθος και γιατί.



α. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι 2m/s .

β. Τη χρονική στιγμή $t=0,35\text{s}$ το σημείο B θα έχει ταχύτητα $v=0,1\pi\text{m/s}$.

γ. Τα σημεία B και H παρουσιάζουν διαφορά φάσης $2,5\pi$ rad.

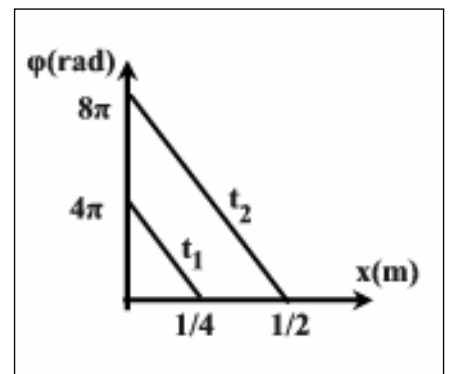
δ. Τα σημεία B και Γ έχουν κάθε χρονική στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις και ταχύτητες.

ε. Το σημείο H έχει μεγαλύτερη φάση από το Z .

στ. Το πρόσημο της ταχύτητας ταλάντωσης του Δ είναι θετικό.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.51 Αρμονικό κύμα με συχνότητα $f=10\text{Hz}$ διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα Ox και η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής O ($x=0$) είναι $y=A\eta\mu 2\pi ft$. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται γραφικές παραστάσεις της φάσης του κύματος σε σχέση με την απόσταση x δύο χρονικές στιγμές t_1 και t_2 .

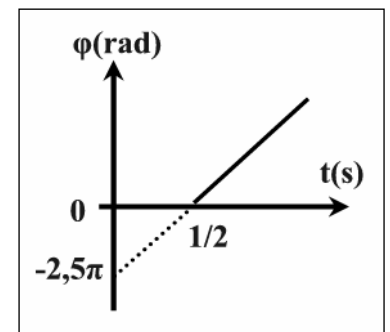


α. Να βρείτε τις χρονικές στιγμές t_1 , t_2 .

β. Να σχεδιάσετε τα στιγμιότυπα του κύματος τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 .

γ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της φάσης του κύματος σε σχέση με το χρόνο για ένα σημείο H με $x_H=1/8\text{m}$ στο χρονικό διάστημα από $0,1\text{s}$ έως $0,4\text{s}$.

E1.52 Αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα Ox και η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής O ($x=0$) είναι $y=A\eta\mu\omega t$. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης σε σχέση με το χρόνο για ένα σημείο M με $x_M=1\text{m}$.



I. Ο χρόνος μιας πλήρους ταλάντωσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου είναι:

α. $0,4\text{s}$

β. $0,8\text{s}$

γ. $0,5\text{s}$

II. Η ελάχιστη απόσταση μεταξύ δύο σημείων που έχουν κάθε χρονική στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις και αντίθετες ταχύτητες είναι:

α. $0,8\text{m}$

β. $0,4\text{m}$

γ. $0,2\text{m}$

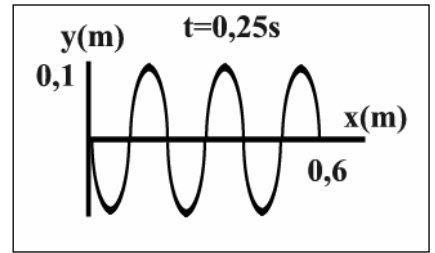
III. Τη χρονική στιγμή $t=0,4\text{s}$ ο αριθμός των λόφων που σχηματίζονται πάνω στη χορδή είναι:

α. 1

β. 2

γ. 4

E1.53 Σε γραμμικό ομογενές μέσο διαδίδεται κύμα στη θετική κατεύθυνση του άξονα Ox με ταχύτητα διάδοσης $v=2\text{m/s}$. Το στιγμιότυπο του σχήματος είναι τη χρονική στιγμή $t_1=0,25\text{s}$. Η εξίσωση του κύματος στο SI είναι:



- α. $y=0,1\eta\mu(20\pi t-10\pi x)$ β. $y=0,1\eta\mu 2\pi(2t-10x+0,25)$
 γ. $y=0,1\eta\mu 2\pi(10t-5x+0,5)$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.54 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται σε άξονα x/Ox με εξίσωση $y=0,2\eta\mu\pi(2t-4x+1/2)$ (SI).

I. Τη χρονική στιγμή $t=0$ η επιτάχυνση ταλάντωσης του σημείου O ($x=0$) είναι:

- α. μηδέν β. $-0,8\pi^2 \text{ m/s}^2$ γ. $0,8\pi^2 \text{ m/s}^2$

II. Τη χρονική στιγμή $t_1=2,25\text{s}$ το κύμα έχει φτάσει σε απόσταση, x :

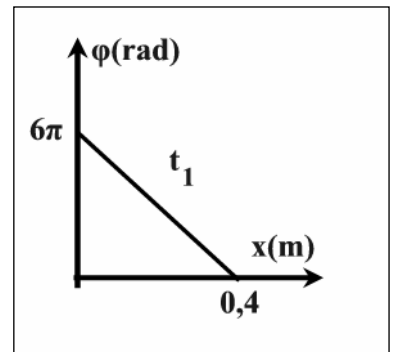
- α. 1m β. $1,25\text{m}$ γ. $1,5\text{m}$

III. Σε απόσταση $x=1,25\text{m}$ από το O ($x=0$) χωράνε:

- α. 1 μήκος κύματος β. $2,5$ μήκη κύματος γ. 2 μήκη κύματος

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.55 Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης της μορφής, $\phi=2\pi t/T-2\pi x/\lambda$ ενός αρμονικού κύματος σε σχέση με την απόσταση x τη χρονική στιγμή t_1 . Το κύμα οδεύει κατά τη θετική φορά του άξονα x/Ox .



I. Τη χρονική στιγμή t_1 το σημείο K με $x_K=0,2\text{m}$:

- α. Περνά από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα.
 β. Περνά από τη θέση ισορροπίας με αρνητική ταχύτητα.
 γ. Είναι στη μέγιστη αρνητική απομάκρυνση.

II. Τη χρονική στιγμή t_1+T το σημείο Λ με $x_\Lambda=0,1\text{m}$ έχει φάση:

- α. $13\pi \text{ rad}$ β. $13\pi/4 \text{ rad}$ γ. $13\pi/2 \text{ rad}$

Να βρείτε τις σωστές απαντήσεις και να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας.

E1.56 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος του άξονα x/Ox και κατά την αρνητική κατεύθυνση. Το σημείο O , με $x=0$ αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t=0$ με εξίσωση απομάκρυνσης $y=A\eta\mu\omega t$. Στο σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{s}$.

I. Η εξίσωση του κύματος στο (SI) είναι:

- α. $y=0,2\eta\mu\frac{\pi}{2}(t-x)$ β. $y=0,2\eta\mu\frac{\pi}{2}(t+x)$ γ. $y=0,2\eta\mu 2\pi(t+x)$

II. Η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου B είναι:

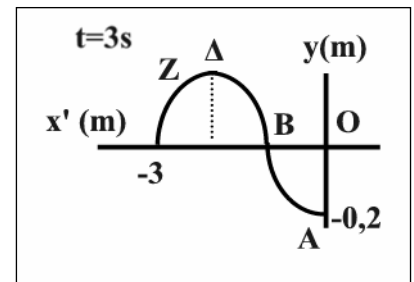
- α. μηδέν β. $-0,1\pi \text{ m/s}$ γ. $+0,1\pi \text{ m/s}$

III. Τα σημεία που βρίσκονται μεταξύ των A και Δ (χωρίς αυτά) έχουν ταχύτητα:

- α. $v < 0$ β. $v > 0$

IV. Το σημείο Z έχει ταχύτητα:

- α. $v_Z > 0$ β. $v_Z < 0$



Να βρείτε τις σωστές απαντήσεις και να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας.

E1.57 Μια πηγή αρμονικής διαταραχής O αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ και η ταλάντωση έχει εξίσωση, απομάκρυνσης, $y=A\eta\mu\omega t$. Η πηγή O βρίσκεται στην αρχή του άξονα διάδοσης Ox του κύματος και έχει $x=0$. Το κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά. Τη χρονική στιγμή t_1 που το υλικό σημείο K με $x_K=+2\lambda$ φτάνει για τρίτη φορά σε ακραία θέση ταλάντωσής του, ο αριθμός των σημείων του ελαστικού μέσου που βρίσκονται στη θέση απομάκρυνσης $y=+A/2$ είναι:

α. 4

β. 5

γ. 7

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E1.58 Μια πηγή αρμονικής διαταραχής O βρίσκεται στην αρχή του άξονα διάδοσης Ox του κύματος και έχει $x_0=0$. Το κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα. Το σημείο O ταλαντώνεται με εξίσωση απομάκρυνσης, $y=A\eta\mu(\omega t+\pi/2)$.

Κάποια χρονική στιγμή t σημείο M του άξονα Ox βρίσκεται στη θέση $y=+A$. Την ίδια στιγμή άλλο σημείο Λ του ίδιου άξονα του οποίου η φάση προηγείται της φάσης του M κατά $5\pi/3$ θα βρίσκεται σε θέση:

α. $y=0$

β. $y=+A$

γ. $y=-A$

δ. $y=+A/2$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(A) Ασκήσεις και προβλήματα

A1.1 Η εξίσωση ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του άξονα x/Ox είναι $y=0,2\eta\mu 2\pi(t-0,5x)$ στο S.I.

α. Να υπολογιστεί το μήκος, λ και η ταχύτητα διάδοσης του κύματος, v .

β. Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου.

γ. Να κατασκευαστεί το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t=1s$.

δ. Να βρεθεί η ελάχιστη απόσταση x ενός σημείου που τη στιγμή $t=1s$ έχει απομάκρυνση $y=0,1m$.

$$\alpha. \lambda=2m, v=2m/s, \beta. v=0,4\pi\text{ συν}2\pi(t-0,5x) \text{ στο S.I. } \delta. x=7/6m$$

A1.2 Το σημείο O ομογενούς ελαστικής χορδής αρχίζει τη χρονική στιγμή $t=0$ να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y=0,05\eta\mu 8\pi t$ (SI) κάθετα στη διεύθυνση της χορδής. Το κύμα που παράγεται διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα x/Ox κατά μήκος της χορδής που διέρχεται από το σημείο O και έχει ταχύτητα διάδοσης $20m/s$.

α. Να βρεθεί το μήκος κύματος, λ .

β. Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.

γ. Να βρεθεί η χρονική στιγμή που αρχίζει να ταλαντώνεται σημείο M , με $x_M=10m$.

δ. Να βρεθεί τη χρονική στιγμή $t_1=1s$, η απομάκρυνση y , από τη θέση ισορροπίας του σημείου M .

ε. Να γίνει η γραφική παράσταση της φάσης των σημείων της χορδής σε σχέση με την απόσταση x , τη χρονική στιγμή $t=1s$.

$$\alpha. 5m, \beta. y=0,05\eta\mu 2\pi(4t-0,2x) \text{ στο SI, } \gamma. 0,5s, \delta. y=0$$

A1.3 Στην ήρεμη επιφάνεια μιας λίμνης πέφτουν σταγόνες νερού με ρυθμό 60 σταγόνες ανά λεπτό. Η απόσταση του πρώτου λόφου από την δεύτερη κοιλάδα είναι 30cm. Να υπολογιστούν:

α. Το μήκος κύματος.

β. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

γ. Η απόσταση που θα έχει διαδοθεί το κύμα σε χρόνο σε χρονικό διάστημα $\Delta t=5s$;

δ. Το πλήθος των λόφων και το πλήθος των κοιλάδων που περιέχονται σε μήκος 100cm.

$$\alpha. 20cm, \beta. 20cm/s, \gamma. 100cm, \delta. 5\text{λόφοι και } 5\text{ κοιλάδες}$$

A1.4 Τρέχον κύμα περιγράφεται από την εξίσωση: $y=\eta\mu(200\pi t-2\pi x)$ με y και x σε cm και t σε s.

α. Να βρεθεί η χρονική στιγμή που ένα σημείο με $x=100cm$ περνάει για δεύτερη φορά από τη θέση ισορροπίας.

β. Να βρεθεί η απόλυτη τιμή της διαφορά φάσης δύο σημείων που απέχουν μεταξύ τους, $\Delta x=5cm$.

γ. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης ενός σημείου τη στιγμή που έχει απομάκρυνση $y=0,5\sqrt{2}cm$.

δ. Να γίνει η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης y σε σχέση με το χρόνο t για ένα σημείο με $x=2cm$ για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου.

$$\alpha. 1,005s, \beta. 10\pi \text{ rad, } \gamma. 100\sqrt{2}\pi cm/s.$$

A1.5 Κατά μήκος μιας χορδής που εκτείνεται κατά μήκος άξονα x/Ox παράγονται εγκάρσια αρμονικά κύματα που κινούνται προς τη θετική κατεύθυνση και έχουν μήκος κύματος $\lambda=0,1m$. Θεωρούμε ένα σημείο O της χορδής ως αρχή του άξονα το οποίο τη χρονική στιγμή $t=0$ αρχίζει να ταλαντώνεται με εξίσωση απομάκρυνσης $y=0,2\eta\mu 2\pi t$ (S.I) και δύο σημεία του ελαστικού μέσου B και Γ που βρίσκονται στον θετικό ημιάξονα και έχουν την ίδια χρονική στιγμή φάσεις $\varphi_B=40\pi \text{ rad}$ και $\varphi_\Gamma=10\pi \text{ rad}$.

- α. Να βρείτε τη μεταβολή φάσης ενός σημείου της χορδής σε χρονικό διάστημα $\Delta t=2s$;
 β. Να εξετάσετε αν το κύμα διαδίδεται από το Β προς το Γ και να βρείτε την απόσταση ΒΓ.
 γ. Να γίνει η γραφική παράσταση $\varphi=f(x)$ των σημείων της χορδής τη χρονική στιγμή, $t_1=20s$.
 δ. Να γίνει η γραφική παράσταση $\varphi=f(t)$ για σημείο $x=1,5m$ σε χρονικό διάστημα μιας περιόδου.

α. $4\pi rad$, β. Από $B \rightarrow \Gamma$, $B\Gamma=1,5m$

A1.6 Αρμονικό κύμα έχει συχνότητα $f=1000Hz$, και διαδίδεται με ταχύτητα $v=1000m/s$ στον άξονα xOx κατά τη θετική φορά και δύο σημεία Α και Β που βρίσκονται στην ευθεία διάδοσης του κύματος έχουν μεταξύ τους απόσταση $AB=2m$, με το Β μετά Α.

- α. Αν το σημείο Β έχει κάποια χρονική στιγμή t_1 , φάση $\varphi_B=10\pi rad$, πόση είναι η φάση του σημείου Α την ίδια χρονική στιγμή;
 β. Αν κάποια χρονική στιγμή t_2 το Α περνάει από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα αρνητικής κατεύθυνσης πόση είναι η απομάκρυνση και η κατεύθυνση της ταχύτητας του σημείου Β την ίδια χρονική στιγμή ;
 γ. Να εξετάσετε αν η διαφορά φάσης των σημείων Α και Β την ίδια χρονική στιγμή θα μεταβληθεί με την πάροδο του χρόνου.

α. $14\pi rad$, β. $y_B=0$, $v_B<0$

A1.7 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου με ταχύτητα $v=40m/s$ προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα xOx . Κάποια χρονική στιγμή t οι φάσεις των ταλαντώσεων δύο σημείων Α και Β του μέσου είναι $\varphi_A=15\pi rad$ και $\varphi_B=45\pi rad$ αντίστοιχα. Το σημείο Β έχει θέση $x_B=+5m$ και είναι το τρίτο κατά σειρά σε αντίθεση φάσης με την πηγή Ο.

- α. Να εξετάσετε αν το κύμα οδεύει από το Α προς το Β ή αντίθετα.
 β. Να υπολογίσετε τη συχνότητα του κύματος.
 γ. Να βρείτε την απόσταση των θέσεων ισορροπίας των δύο σημείων Α και Β.
 δ. Τη στιγμή που το σημείο Α περνά από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο κατά τη θετική φορά ποια είναι η θέση και η κατεύθυνση κίνησης του Β;

α. $B \rightarrow A$, β. $20Hz$, $\Delta x=30m$, δ. $y=0$, $v>0$

A1.8 Μια πηγή κυμάτων Ο που βρίσκεται στην αρχή, $x=0$, ενός άξονα xOx αρχίζει να εκτελεί ταλαντώσεις τη χρονική στιγμή $t=0$ με εξίσωση $y=0,2\eta\mu\omega t$, (S.I) και το κύμα διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση με ταχύτητα $v=4m/s$. Η φάση κάθε σημείου μεταβάλλεται κατά $4\pi rad$ κάθε 1s.

- α. Να υπολογίσετε τη συχνότητα ταλάντωσης και το μήκος κύματος.
 β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
 γ. Να βρείτε την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας, y , του σημείου Ο εκείνη τη χρονική στιγμή που το κύμα φτάνει στο σημείο Μ με $x_M=8m$.
 δ. Να βρείτε τη πρώτη χρονική στιγμή που το σημείο Μ βρίσκεται στη θέση $y=+0,2m$.
 ε. Να βρείτε τη θέση x όλων των σημείων που τη χρονική στιγμή $t=0,25s$ έχουν $y=+0,1m$.

α. $f=2Hz$, $\lambda=2m$, β. $y=0,2\eta\mu 2\pi(2t-0,5x)$, (SI) , γ. $y=0$, δ. $t=2,125s$ ε. $1/6m$, $5/6m$

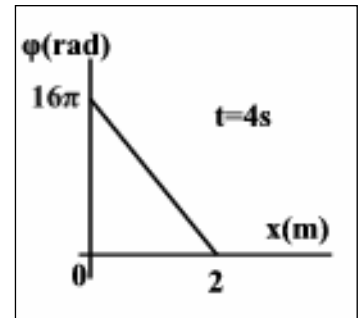
□A1.9 Αρμονικό γραμμικό κύμα έχει διαδίδεται κατά τη θετική φορά άξονα Ox με εξίσωση κύματος $y=0,1\eta\mu 2\pi(t-0,5x)$, στο S.I. Θεωρούμε ότι το σημείο Ο, με $x_O=0$, αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με εξίσωση $y=A\eta\mu\omega t$. Να κατασκευαστούν:

- α. Στιγμιότυπο κύματος, $y=f(x)$, τη χρονική στιγμή $t_1=1s$.
 β. Η γραφική παράσταση της φάσης των σημείων του μέσου σε σχέση με την απόσταση x , $\varphi=f(x)$, τη χρονική στιγμή $t_2=4s$.

- γ. Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης y σε σχέση με το χρόνο t , $y=f(t)$ για σημείο με $x=2\text{m}$.
 δ. Η γραφική παράσταση φάσης σε σχέση με το χρόνο, $\varphi=f(t)$, για το σημείο που βρίσκεται σε απόσταση $x=2\text{m}$, για χρονικό διάστημα μιας περιόδου.

□A1.10 Η φάση ενός αρμονικού κύματος δίνεται από το γενικό τύπο $\varphi=2\pi(t/T-x/\lambda)$ και στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης αυτής σε σχέση με την συντεταγμένη x τη χρονική στιγμή $t=4\text{s}$.
 Να υπολογιστούν :

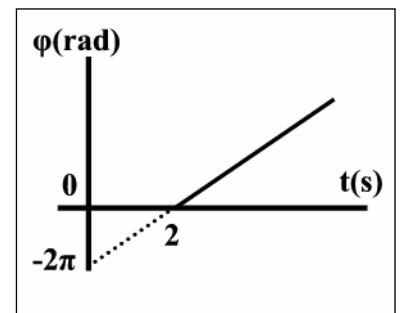
- α. Η συχνότητα ταλάντωσης της πηγής των κυμάτων.
 β. Το μήκος του κύματος.
 γ. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
 δ. Να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση $\varphi=f(t)$ για σημείο με $x=2\text{m}$.



α. $f=2\text{Hz}$, β. $\lambda=0,25\text{m}$, γ. $0,5\text{m/s}$

□A1.11 Ημιτονοειδές εγκάρσιο κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου και κατά τη θετική φορά του άξονα xOx . Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής O είναι της μορφής $y=0,2\eta\mu\omega t$ (S.I) στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης ταλάντωσης ενός σημείου που βρίσκεται στη θέση $x=0,1\text{m}$, σε σχέση με το χρόνο, t .

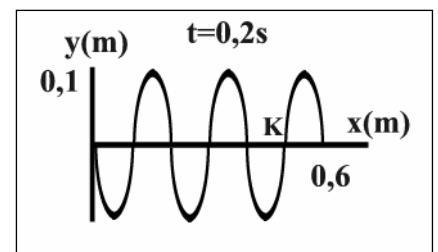
- α. Να υπολογιστούν το μήκος κύματος και η περίοδος ταλάντωσης.
 β. Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.
 γ. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση τη χρονική στιγμή $t=10\text{s}$ ενός σημείου με θέση $x=0,2\text{m}$.
 δ. Να σχεδιαστεί στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t=3\text{s}$.
 Δίνεται $\pi^2=10$.



α. $\lambda=0,1\text{m}$ και $T=2\text{s}$, β. $y=0,2\eta\mu(\pi t-20\pi x)$, στο S.I, γ. $a=0$

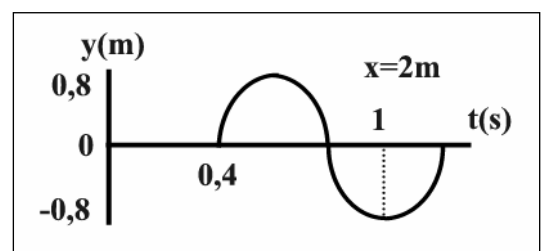
□A1.12 Ημιτονοειδές εγκάρσιο κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου και κατά τη θετική φορά του άξονα xOx . Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής O είναι της μορφής $y=A\eta\mu\omega t$.

- α. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
 β. Να βρείτε την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου K που φαίνεται στο στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή $t=2\text{s}$.
 γ. Προς ποια κατεύθυνση θα κινηθεί το σημείο K την αμέσως επόμενη χρονική στιγμή;
 δ. Σημείο N παρουσιάζει διαφορά φάσης με το O κατά 4π . Να γίνει η γραφική παράσταση $y=f(t)$ για το σημείο N σε σχέση με το χρόνο και για χρονικό διάστημα μιας περιόδου.



α. $y=0,1\eta\mu 2\pi(15t-5x)$, (SI), β. $v=-3\pi\text{m/s}$, γ. Προς τα κάτω.

□A1.13 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται στη διεύθυνση του άξονα xOx προς τη θετική κατεύθυνση και η αρχή του άξονα O , ($x=0$) αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t=0$. Σημείο M με $x_M=2\text{m}$ ταλαντώνεται και το διπλανό σχήμα δίνει τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης y αυτού του σημείου από



τη θέση ισορροπίας του σε σχέση με το χρόνο, t .

α. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης $y=f(x,t)$ του κύματος.

β. Να κατασκευάσετε στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή $t=2s$.

γ. Αν το κύμα χρειάζεται χρόνο $\Delta t=1,2s$ για να πάει από το Μ στο Λ να βρείτε τη διαφορά φάσης $\Delta\phi=\phi_M-\phi_\Lambda$ μια χρονική στιγμή που ταλαντώνονται και τα δύο σημεία.

δ. Να βρείτε πόσα σημεία μεταξύ των Μ και Λ είναι σε συμφωνία φάσης με το Μ και να προσδιορίσετε τη θέση τους.

$$\alpha. y=0,8\eta\mu\frac{\pi}{2}(5t-x) \text{ (SI)}, \gamma. \Delta\phi=3\pi \text{ rad}, \delta. x_\Lambda=6m$$

□A1.14 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται στη διεύθυνση του άξονα xOx προς τη θετική κατεύθυνση και η αρχή του άξονα O , ($x_O=0$) αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με εξίσωση απομάκρυνσης $y=0,1\eta\mu\omega t$, στο S.I. Κάθε σημείο του ελαστικού μέσου που ταλαντώνεται διέρχεται 4 φορές από τη θέση ισορροπίας του σε χρονικό διάστημα $\Delta t=8s$. Στο χρονικό διάστημα που χρειάζεται ένα σημείο του άξονα για να μεταβεί από την ανώτερη στην κατώτερη θέση της τροχιάς του, η διαταραχή διανύει μήκος $1,5m$ του ελαστικού μέσου.

α. Να βρεθούν, η ταχύτητα διάδοσης και το μήκος κύματος.

β. Να κατασκευαστεί η εξίσωση του κύματος.

γ. Να σχεδιαστεί ένα στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=2s$.

δ. Να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση της ταχύτητας ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο, $v=f(t)$, για ένα σημείο, Μ με $x_M=6m$, από τη στιγμή $t_0=0$, μέχρι τη στιγμή που μπήκε σε ταλάντωση ένα άλλο σημείο Λ με $x_\Lambda=9m$.

$$\alpha. v=3/4m/s, \lambda=3m \beta. y=0,1\eta\mu 2\pi(t/4-x/3), \text{ (SI)}$$

□A1.15 Αρμονικό κύμα με εξίσωση $y=A\eta\mu(4\pi t-20\pi x)$, (SI) διαδίδεται κατά μήκος του άξονα xOx που ταυτίζεται με μια ελαστική χορδή. Στο σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1 .

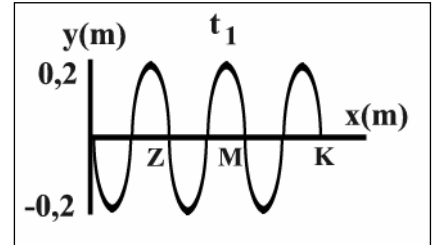
α. Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 .

β. Να βρεθεί η φορά κίνησης του σημείου Z τη χρονική στιγμή t_1 .

γ. Να γίνει η γραφική παράσταση, $a=f(x)$ για $t=t_1$.

δ. Να γραφεί η εξίσωση επιτάχυνσης της ταλάντωσης για το σημείο K. Δίνεται $\pi^2=10$.

$$\alpha. t=1,5s, \beta. \text{ Προς τα πάνω. } \delta. a=-32\eta\mu 2\pi(2t-3), \text{ (SI)}$$



□A1.16 Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου που έχει τη διεύθυνση του άξονα xOx διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα με πλάτος $A=0,04m$ και περίοδο $T=0,01s$. Το κύμα διαδίδεται κατά την αρνητική φορά του άξονα και θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή $t_0=0$ φτάνει στην αρχή του άξονα O ($x_O=0$). Το σημείο O αρχίζει να κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y=A\eta\mu\omega t$. Δύο σημεία K και Λ με $x_K=-0,4m$ και $x_\Lambda=-0,95m$ παρουσιάζουν απόλυτη διαφορά φάσης $\Delta\phi=5,5\pi \text{ rad}$.

α. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

β. Να βρείτε την κατεύθυνση της κίνησης των σημείων K και Λ τη χρονική στιγμή $t_1=0,5s$.

γ. Να βρείτε τη διαφορά φάσης $\Delta\phi=\phi_A-\phi_B$ δύο σημείων A και B με $x_A=45cm$ και $x_B=-45cm$.

δ. Όταν το σημείο A είναι στη μέγιστη θετική απομάκρυνση που βρίσκεται το σημείο B;

ε. Να κάνετε το στιγμιότυπο κύματος στον αρνητικό ημιάξονα τη χρονική στιγμή $t=0,01s$.

$$\alpha. y=0,04\eta\mu(200\pi t+10\pi x), \text{ (SI)} \beta. v_K>0, v_\Lambda=0, \Delta\phi=9\pi \delta. y=-0,04m$$

□1.17 Γραμμικό ελαστικό μέσο εκτείνεται κατά μήκος του άξονα xOx και το σημείο O για το οποίο είναι $x_0=0$, αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με εξίσωση απομάκρυνσης $y=A\eta\mu\omega t$, παράγοντας κύματα που διαδίδονται κατά τη θετική φορά. Κατά κάποια χρονική στιγμή t , δύο σημεία K και Λ του μέσου έχουν φάσεις $\varphi_K=15\pi/2$ rad και $\varphi_\Lambda=45\pi/2$ rad, αντιστοίχως.

α. Εξετάστε αν το κύμα διαδίδεται από το K προς το Λ ή αντιστρόφως.

β. Αν το σημείο Λ απέχει από το O απόσταση $x_\Lambda=0,4m$ και έχει καθυστέρηση φάσης 5π , ως προς το O , να υπολογιστεί η απόσταση $K\Lambda$.

γ. Πόση είναι η απομάκρυνση και η φορά της κίνησης του σημείου K , τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σημείο Λ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας κινούμενο κατά τη θετική φορά.

δ. Πόσοι λόφοι σχηματίζονται στο τμήμα που ενώνει τις θέσεις ισορροπίας των Λ και K , τη χρονική στιγμή που το Λ περνάει από τη θέση ισορροπίας με θετική φορά κίνησης.

α. Από Λ στο K , β. $(K\Lambda)=1,2m$, γ. $y_K=0$, $v_K<0$, δ. 8 λόφοι

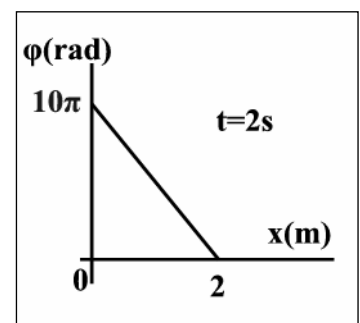
□A1.18 Ημιτονοειδές εγκάρσιο κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου και κατά τη θετική φορά του άξονα xOx . Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής O ($x_0=0$) είναι της μορφής $y=0,1\eta\mu\omega t$ (S.I) και στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση από την πηγή, x τη χρονική στιγμή $t_1=2s$.

α. Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.

β. Να βρεθεί τη χρονική στιγμή $t_2=4s$, η ταχύτητα ταλάντωσης σημείου M που βρίσκεται στη θέση $x_M=1m$.

γ. Να γίνει στο ίδιο διάγραμμα η γραφική παράσταση της φάσης ταλάντωσης σε σχέση με την απόσταση x , τη χρονική στιγμή $t_3=3s$.

δ. Να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων σε σχέση με την απόσταση x , $v=f(x)$, τη χρονική στιγμή $t_4=0,4s$.



α. $y=0,1\eta\mu 2\pi(2,5t-2,5x)$, β. $-0,5\pi m/s$

□A1.19 Ημιτονοειδές εγκάρσιο κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικής χορδής και κατά τη διεύθυνση του άξονα xOx . Η εγκάρσια απομάκρυνση σημείου K της χορδής περιγράφεται από την εξίσωση $y_1=A\eta\mu 30\pi t$ (SI) ενώ η εγκάρσια απομάκρυνση ενός άλλου σημείο Λ που βρίσκεται δεξιά του K , σε απόσταση $x=6cm$ από αυτό, περιγράφεται από την εξίσωση: $y_2=A\eta\mu(30\pi t + \pi/6)$ (SI). Στο σχήμα φαίνεται ένα τυχαίο στιγμιότυπο του κύματος. Δίνεται $\pi=3,14$.

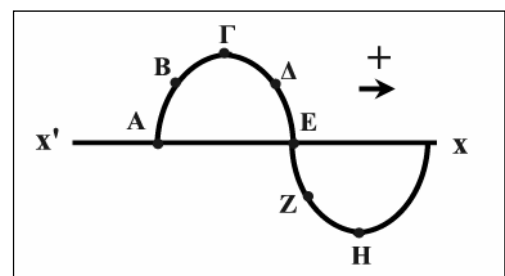
α. Ποια είναι η φορά διάδοσης του κύματος;

β. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

γ. Αν η ταχύτητα διάδοσης είναι ίση κατά μέτρο με τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής, να υπολογίσετε το πλάτος του κύματος.

δ. Ποια είναι η φορά της ταχύτητας των σημείων B, Z, Δ .

ε. Πόση είναι η ταχύτητα των σημείων H, Γ, E και A .



(ΘΕΜΑ ΠΑΝ/ΚΩΝ 2005)

α. αρνητική, β. $v=10,8m/s$, γ. $A=0,36/\pi m/s$. δ. $v_B>0$, $v_\Delta<0$, $v_Z<0$. ε. $v_H=v_\Gamma=0$, $v_A=10,8m/s$, $v_E=-v_A$

□A1.20 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται με ταχύτητα $v=4\text{cm/s}$, πλάτος $A=2\text{cm}$ και περίοδο $T=2\text{s}$ πάνω σε άξονα xOx κατά τη θετική φορά. Το κύμα έχει αρχίσει ήδη να διαδίδεται σε προγενέστερο χρόνο με πηγή το σημείο O , ($x_O=0$) και διαπιστώνουμε ότι τη χρονική στιγμή $t_0=0$ η απομάκρυνση του O από τη θέση ισορροπίας είναι $y=+2\text{cm}$ για πρώτη φορά.

α. Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.

β. Να βρεθεί η χρονική στιγμή, t_1 , που αρχίζει να ταλαντώνεται σημείο Z , με $x_Z=6\text{cm}$.

γ. Σημείο H αρχίζει να ταλαντώνεται τη στιγμή t_2 που η πηγή O περνά για δεύτερη φορά από τη θέση ισορροπίας της μετά από τη στιγμή $t_0=0$. Να υπολογιστεί η θέση x_H του σημείου H .

δ. Να σχεδιαστεί το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t=2\text{s}$.

$$\alpha. y=2\eta\mu 2\pi(t/2-x/8+1/4) \text{ (SI)}, \beta. t_1=1\text{s}, \gamma. 8\text{cm}$$

□A1.21 Πηγή O παραγωγής εγκάρσιων γραμμικών αρμονικών κυμάτων βρίσκεται στη θέση $x=0$, άξονα xOx και ταλαντώνεται με εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας $y=0,02\eta\mu(2\pi t+\phi_0)$ (SI). Το κύμα έχει αρχίσει να διαδίδεται σε προγενέστερο χρόνο, αλλά θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή $t_0=0$ η πηγή, O , βρίσκεται για πρώτη φορά στη μέγιστη θετική απομάκρυνση, ενώ έχει ξεκινήσει από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα. Τη στιγμή που η πηγή, O , περνάει για τρίτη φορά από τη θέση ισορροπίας της, μετά τη χρονική στιγμή t_0 , αρχίζει να ταλαντώνεται σημείο M με $x_M=0,3\text{m}$.

α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος, αν αυτό διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα xx' .

γ. Να παραστήσετε γραφικά τη φάση σε συνάρτηση με την απόσταση, x , τη χρονική στιγμή, $t_1=5\text{s}$.

δ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t=1,5\text{s}$.

$$\alpha. 0,2\text{m/s}, \beta. y=0,02\eta\mu 2\pi(t-5x+1/4), \text{ SI}$$

□1.22 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος άξονα xOx και κατά τη θετική φορά με ταχύτητα $v=10\text{cm/s}$, συχνότητα $f=0,25\text{Hz}$ και πλάτος $A=2\text{cm}$. Το κύμα έχει αρχίσει ήδη να διαδίδεται σε προγενέστερο χρόνο με πηγή το σημείο O , ($x_O=0$) και διαπιστώνουμε ότι τη χρονική στιγμή $t_0=0$, η απομάκρυνση του σημείου O , είναι $y=+1\text{cm}$ και η ταχύτητα ταλάντωσης έχει αρνητική αλγεβρική τιμή.

α. Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.

β. Να υπολογιστεί η φάση ενός σημείου M με $x_M=10\text{cm}$, τη χρονική στιγμή, t_1 , που το σημείο O περνάει για δεύτερη φορά από τη θέση ισορροπίας, μετά τη χρονική στιγμή $t_0=0$.

γ. Να βρεθεί απόσταση από το O ενός άλλου σημείου Λ το οποίο την ίδια χρονική στιγμή t_1 καθυστερεί ως προς το M κατά $\pi/5 \text{ rad}$.

$$\alpha. y=2\eta\mu 2\pi(t/4-x/40+5/12) \text{ τα } x, y \text{ σε } \text{cm}, \text{ το } t \text{ σε } \text{s}, \beta. 3\pi/2, \gamma. x_\Lambda=14\text{cm}$$

□A1.23 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται στη διεύθυνση του άξονα xOx προς τη θετική κατεύθυνση. Στοιχειώδης μάζα $m=2,10^{-6}\text{kg}$ του ελαστικού μέσου βρίσκεται στην αρχή του άξονα O , ($x=0$), και τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνση και έχει ενέργεια ταλάντωσης $E=4,10^{-5}\text{J}$. Ο χρόνος μετάβασης της στοιχειώδους μάζας από την πάνω ακραία θέση στην κάτω ακραία είναι $\Delta t=0,2\text{s}$ και μέσα στο διάστημα αυτό το κύμα έχει ταξιδέψει κατά $\Delta x=0,4\text{m}$.

α. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

β. Πόση είναι η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης της στοιχειώδους μάζας;

γ. Να κάνετε ένα στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=T/2$, όπου T η περίοδος ταλάντωσης των στοιχειωδών μαζών του ελαστικού μέσου.

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης ενός σημείου M τη στιγμή που η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας είναι $y=0,2m$.

ε. Αν το M έχει κάποια στιγμή θετική ταχύτητα και απομάκρυνση $y=0,2m$, πόση ταχύτητα ταλάντωσης έχει σημείο Λ του οποίου η φάση προηγείται της φάσης του M κατά 4π rad.

$$\alpha. 2m/s, \beta. 2\pi m/s, \delta. v=\pi\sqrt{3}m/s, \epsilon. v=\pi\sqrt{3}m/s$$

□1.24 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος άξονα xOx και κατά τη θετική φορά με πλάτος $A=0,02m$ και μήκος κύματος $\lambda=0,1m$. Το κύμα έχει αρχίσει ήδη να διαδίδεται σε προγενέστερο χρόνο με πηγή το σημείο O , ($x_0=0$) και διαπιστώνουμε ότι τη χρονική στιγμή $t_0=0$, το σημείο O φτάνει για πρώτη φορά στη μέγιστη αρνητική του απομάκρυνση, ενώ έχει αρχίσει να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα. Τη χρονική στιγμή $t_1=0,1s$ το κύμα φτάνει στο σημείο M με $x_M=0,1m$.

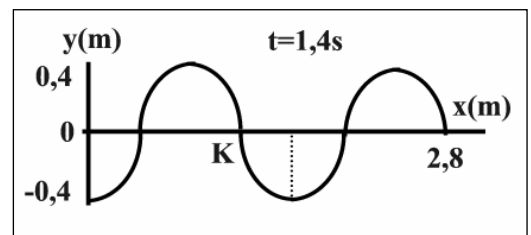
α. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

β. Να σχεδιάσετε στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_3=0,2s$.

γ. Να βρεθεί η απόλυτη τιμή της απομάκρυνσης y ενός υλικού σημείου του ελαστικού μέσου τη στιγμή που η δυναμική του ενέργεια γίνεται ίση με την κινητική.

$$\alpha. y=0,02\eta\mu 2\pi(2,5t-10x+3/4) \text{ (S.I.)}, \beta. y=\sqrt{2}10^{-2}m.$$

□A1.25 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται στη διεύθυνση του άξονα xOx προς τη θετική κατεύθυνση και η αρχή του άξονα O , ($x=0$) αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t=0$, με εξίσωση ταλάντωσης $y=A\eta\mu\omega t$. Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t=1,4s$ φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



α. Να βρείτε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

β. Να βρείτε τη φορά κίνησης του σημείου K την αμέσως επόμενη χρονική στιγμή και τον αριθμό των ταλαντώσεων που έχει κάνει μέχρι τη στιγμή $t=1,4s$.

γ. Να σχεδιάσετε τη φάση των σημείων σε σχέση με την απόσταση x τη χρονική στιγμή $t_2=2,4s$.

$$\alpha. v=2m/s, \beta. \text{θετική, μια}$$

□A1.26 Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου με ταχύτητα $4m/s$ και έχει πλάτος $A=0,04m$ και $f=10Hz$. Το σημείο O έχει $x=0$, θεωρείται πηγή των κυμάτων και τη χρονική στιγμή $t_0=0$ έχει απομάκρυνσης $y=0,04m$. Το κύμα διαδίδεται στη θετική φορά του xOx .

α. Να γράψετε την εξίσωση στιγμιότυπου $y=f(x)$ τη χρονική στιγμή $t_1=0,1s$ και να κάνετε τη γραφική παράσταση.

β. Να παραστήσετε γραφικά την απομάκρυνση y σε σχέση με το χρόνο t , σημείου M , με $x_M=0,8m$.

γ. Να παραστήσετε γραφικά τη φάση ταλάντωσης των σημείων του θετικού ημιάξονα, Ox σε συνάρτηση με το x , τη χρονική στιγμή $t_2=3s$.

δ. Να παραστήσετε γραφικά τη φάση ταλάντωσης του σημείου Σ σε σχέση με το χρόνο, t .

□A1.27 Δύο ομογενείς και τεντωμένες χορδές από διαφορετικά υλικά είναι ενωμένες στο ένα άκρο τους O που ταυτίζεται με την αρχή άξονα xOx . Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το σημείο O μπαίνει σε γραμμικές αρμονικές ταλαντώσεις με εξίσωση $y=0,2\eta\mu 10\pi t$ (SI), οπότε αρχίζουν να διαδίδονται κύματα και στις δύο χορδές. Στη χορδή (1), που εκτείνεται στο θετικό ημιάξονα Ox , τρέχει κύμα με ταχύτητα v_1 ενώ στη χορδή (2) που εκτείνεται στον αρνητικό ημιάξονα Ox' το ίδιο κύμα τρέχει με

ταχύτητα $v_2=4\text{m/s}$. Μεταξύ των σημείων K του θετικού ημιάξονα ($x_K>0$) και του συμμετρικού του, Λ στον αρνητικό ημιάξονα ($x_\Lambda=-x_K$), σχηματίζονται συνολικά 10 κύματα, 4 στη χορδή (1) και 6 στη χορδή (2), αφότου και τα δύο σημεία έχουν αρχίσει να ταλαντώνονται.

α. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος, v_1 , στη χορδή (1);

β. Να γράψετε τις εξισώσεις των αρμονικών κυμάτων που διαδίδονται κατά μήκος των δύο αξόνων.

γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου K τη χρονική στιγμή που αρχίζει να ταλαντώνεται σημείο M με $x_M=-4,5\text{m}$.

δ. Να κάνετε σε κοινό διάγραμμα στιγμιότυπα και των δύο κυμάτων τη χρονική στιγμή $t_2=0,5\text{s}$

$$\alpha. v_1=6\text{m/s}, \beta. y_1=0,2\eta\mu 2\pi(5t-5x/6), x>0, y_2=0,2\eta\mu 2\pi(5t+5x/4), x<0, \gamma. v=-\pi\sqrt{2} \text{ m/s}$$

2. Συμβολή κυμάτων στην επιφάνεια υγρού

(Ε) Ερωτήσεις

E2.1 Να συμπληρωθούν τα κενά στις ακόλουθες προτάσεις:

α. Όταν δύο ή περισσότερα..... διαδίδονται ταυτόχρονα στηνπεριοχή του ελαστικού μέσου, καθένα τους διαδίδεται από το άλλο, και η ολική απομάκρυνση, σε κάθε σημείο του μέσου και σε κάθε χρονική στιγμή, είναι ίση με τοτων απομακρύνσεων που οφείλονται στο κάθε κύμα χωριστά.

β. Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται

γ. Οι πηγές κυμάτων που έχουν την ίδια φάση σε όλη τη διάρκεια εκπομπής τους και δίνουν ταυτόχρονα μέγιστα και ελάχιστα ονομάζονται.....

E2.2 Δύο πηγές κυμάτων λέγονται σύγχρονες όταν:

α. Έχουν το ίδιο πλάτος ταλάντωσης.

β. Έχουν την ίδια φάση σε όλη τη διάρκεια της εκπομπής τους.

γ. Παράγουν κύματα στο ίδιο ελαστικό μέσο.

δ. Ταλαντώνονται με την ίδια συχνότητα και το ίδιο πλάτος.

E2.3 Η αρχή της επαλληλίας (ή υπέρθεσης) των κυμάτων:

α. Παραβιάζεται μόνο αν τα κύματα είναι τόσο ισχυρά, ώστε οι δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια του μέσου, δεν είναι ανάλογες των απομακρύνσεων.

β Δεν παραβιάζεται ποτέ.

γ. Ισχύει μόνο όταν τα κύματα που συμβάλλουν, προέρχονται από πηγές που βρίσκονται σε φάση.

δ. Δεν ισχύει όταν συμβάλλουν περισσότερα από δύο κύματα.

E2.4 Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας:

α. Η συνεισφορά κάθε κύματος στην απομάκρυνση κάποιου σημείου του μέσου εξαρτάται από την ύπαρξη του άλλου κύματος.

β. Η απομάκρυνση ενός σημείου του ελαστικού μέσου είναι ίση με το άθροισμα των απόλυτων τιμών των απομακρύνσεων που οφείλονται στα επιμέρους κύματα.

γ. Η απομάκρυνση ενός σημείου του ελαστικού μέσου είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των απομακρύνσεων που οφείλονται στα επιμέρους κύματα.

δ. Η απομάκρυνση ενός σημείου του ελαστικού μέσου είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των απομακρύνσεων που οφείλονται στα επιμέρους κύματα, μόνο αν οι πηγές είναι σύγχρονες.

E2.5 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων:

α. Αρχίζουν να ταλαντώνονται ταυτόχρονα.

β. Παράγουν κύματα με σταθερή διαφορά φάσης.

γ. Δημιουργούν ταυτόχρονα μέγιστα και ελάχιστα σε όλη τη διάρκεια εκπομπής τους.

δ. Τίποτα από τα παραπάνω.

E2.6 Δύο σημειακές πηγές αρμονικών και μηχανικών κυμάτων βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού.

Οι εξισώσεις που περιγράφουν τις απομακρύνσεις από τις θέσει ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $y=A\eta\mu(2\pi t/T)$. Τα κύματα που παράγονται συμβάλλουν και για ένα σημείο του μέσου που κάνει σύνθετη ταλάντωση και απέχει αποστάσεις x_1 , x_2 από τις πηγές, η εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας είναι:

$$\alpha. y=2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{x_1-x_2}{\lambda}\right) \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_1+x_2}{2\lambda}\right)$$

$$\beta. y=2A\sigma\upsilon\nu\pi\left(\frac{x_1-x_2}{\lambda}\right) \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_1+x_2}{2\lambda}\right)$$

$$\gamma. \alpha. y=2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{x_1-x_2}{2\lambda}\right) \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_1+x_2}{\lambda}\right)$$

$$\delta. y=A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{x_1-x_2}{2\lambda}\right) \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_1+x_2}{2\lambda}\right)$$

E2.7 Δύο σύγχρονες πηγές K και Λ παράγουν αρμονικά κύματα και οι απομακρύνσεις από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y=A\eta\mu(2\pi t/T)$. Τα σημεία της επιφάνειας του υγρού, στα οποία τα κύματα συμβάλλουν, ταλαντώνονται με πλάτος, A' , που είναι:

$$\alpha. A'=2A$$

$$\gamma. 0 < A' < 2A$$

$$\beta. 0 < A' < A$$

$$\delta. 0 \leq A' \leq 2A$$

E2.8 Δύο σύγχρονες πηγές K και Λ παράγουν αρμονικά κύματα και οι απομακρύνσεις από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y=A\eta\mu(2\pi t/T)$. Τα σημεία της επιφάνειας του υγρού, στα οποία τα κύματα συμβάλλουν, ταλαντώνονται με συχνότητα f' , που είναι:

$$\alpha. f'=1/T$$

$$\beta. f'=2/T$$

$$\gamma. f'=1/2T$$

$$\delta. f'=0$$

E2.9 Δύο σημειακές πηγές αρμονικών και μηχανικών κυμάτων βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τις απομακρύνσεις από τις θέσεις ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $y=A\eta\mu(2\pi t/T)$. Τα κύματα που παράγονται συμβάλλουν και για ένα σημείο του μέσου που κάνει σύνθετη ταλάντωση με μέγιστο πλάτος οι αποστάσεις του x_1, x_2 από τις πηγές, ικανοποιούν τη σχέση:

$$\alpha. x_1-x_2=k\lambda, k=0,1,2,3,\dots$$

$$\beta. |x_1-x_2|=k\lambda, k=0,1,2,3,\dots$$

$$\gamma. |x_1-x_2|=(2k+1)\lambda/2 \quad k=0,1,2,3,\dots$$

E2.10 Δύο σημειακές πηγές αρμονικών και μηχανικών κυμάτων βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τις απομακρύνσεις από τις θέσεις ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $y=A\eta\mu(2\pi t/T)$. Τα κύματα που παράγονται συμβάλλουν και ένα σημείο του μέσου που απέχει ίσες αποστάσεις από τις πηγές των κυμάτων, το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης A' είναι:

$$\alpha. A'=2A$$

$$\beta. A'=0$$

$$\gamma. 0 \leq A' \leq 2A$$

E2.11 Δύο σημειακές πηγές αρμονικών και μηχανικών κυμάτων βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τις απομακρύνσεις από τις θέσεις ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $y=A\eta\mu(2\pi t/T)$. Τα κύματα που παράγονται συμβάλλουν και για ένα σημείο του μέσου που μένει ακίνητο, οι αποστάσεις του x_1, x_2 από τις πηγές, ικανοποιούν τη σχέση:

$$\alpha. |x_1-x_2|=k\lambda/2, k=0,1,2,\dots$$

$$\beta. x_1-x_2=(2k+1)\lambda/2, k=0,1,2,\dots$$

$$\gamma. |x_1-x_2|=(2k+1)\lambda/2 \quad k=0,1,2,\dots$$

E2.12 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων που βρίσκονται στην επιφάνεια ενός ομογενούς και ισότροπου υγρού, αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με εξισώσεις απομάκρυνσης $y_1=y_2=A\eta\mu 2\pi t/T$. Τα αρμονικά κύματα που παράγονται οδεύουν προς όλες τις κατευθύνσεις με μήκος κύματος λ και κάποια χρονική στιγμή συμβάλλουν και στο σημείο Σ του υγρού που απέχει από τις πηγές των κυμάτων αποστάσεις r_1, r_2 .

α. Να γραφούν οι εξισώσεις των δύο κυμάτων που συμβάλλουν στο σημείο Σ, σε τυχαία χρονική στιγμή t .

β. Να εφαρμοστεί η αρχή της επαλληλίας και να αποδειχθεί η σχέση που δίνει την απομάκρυνση y_{Σ} του σημείου Σ , σε τυχαία χρονική στιγμή t .

γ. Να αποδειχθούν οι σχέσεις που δίνουν τη διαφορά των αποστάσεων $|r_1 - r_2|$ σε σχέση με το μήκος κύματος, λ , ώστε το σημείο Σ :

γ_1 . Να ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος.

γ_2 . Να μένει ακίνητο.

E2.13 Δύο σύγχρονες πηγές K και Λ παράγουν αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους A , ίδιου μήκους κύματος λ που διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο.

α. Δείξτε ότι αν σε κάποιο σημείο Σ που απέχει αποστάσεις r_1, r_2 από τις πηγές ισχύει, $|r_1 - r_2| = k\lambda$ με $k=0,1,2,\dots$ τότε τα δύο κύματα που φτάνουν εκεί κάθε χρονική στιγμή έχουν διαφορά φάσης $2k\pi$.

β. Δείξτε ότι αν σε κάποιο σημείο P που απέχει αποστάσεις r_1, r_2 από τις πηγές ισχύει $|r_1 - r_2| = (2k+1)\lambda/2$ με $k=0,1,2,\dots$ τότε τα δύο κύματα που φτάνουν εκεί κάθε χρονική στιγμή έχουν διαφορά φάσης $(2k+1)\pi$.

E2.14 Δύο σημειακές πηγές αρμονικών και μηχανικών κυμάτων βρίσκονται στις θέσεις K και Λ μιας ευθείας xx' , στην επιφάνεια υγρού. Η εξίσωση που περιγράφει τις απομακρύνσεις από τις θέσεις ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $y = A\eta\mu(2\pi t/T)$. Η απόσταση $K\Lambda$ είναι 6cm και το μήκος κύματος των κυμάτων 4cm . Σε κάποιο σημείο της ευθείας xx' , το οποίο δεν ανήκει στο ευθύγραμμο τμήμα $K\Lambda$ και δεν βρίσκεται κοντά στις πηγές, το πλάτος ταλάντωσης A' θα είναι:

(Πανελλαδικές 2006)

α. $A'=2A$

β. $A'=0$

γ. $0 < A' < 2A$

E2.15 Δύο σημειακές πηγές αρμονικών και μηχανικών κυμάτων βρίσκονται στις θέσεις K και Λ μιας ευθείας xx' , στην επιφάνεια υγρού. Η εξίσωση που περιγράφει τις απομακρύνσεις από τις θέσεις ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $y = A\eta\mu(2\pi t/T)$. Το μήκος κύματος των κυμάτων που παράγονται είναι $\lambda = 2\text{m}$. Να αντιστοιχίσετε τις αποστάσεις r_1, r_2 του κάθε σημείου από τις πηγές, της στήλης I, με τα πλάτη σύνθετης ταλάντωσης της στήλης II.

I

1. $r_1=15\text{m}, r_2=10\text{m}$

2. $r_1=10\text{m}, r_2=10\text{m}$

3. $r_1=14\text{m}, r_2=10\text{m}$

4. $r_1=15,5\text{m}, r_2=14\text{m}$

II

α. $A'=0$

β. $A'=2A$

γ. $A'=A\sqrt{2}$

δ. $A'=A/2$

E2.16 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία K και Λ μιας ευθείας x/x και εκπέμπουν κύματα με μήκος κύματος $\lambda < \lambda$, όπου λ η απόσταση των δύο πηγών. Οι απομακρύνσεις των πηγών από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y = A\eta\mu\omega t$. Σημείο Σ που βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα $K\Lambda$ απέχει απόσταση x από το άκρο K και ταλαντώνεται με πλάτος $2A$. Η απόσταση, x , ικανοποιεί τη σχέση:

α. $x = \frac{\lambda - k\lambda}{2} \quad k=0,1,2,\dots$

β. $x = \frac{\lambda}{2} - (2k+1)\frac{\lambda}{4} \quad k=0,1,2,\dots$

E2.17 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία K και Λ μιας ευθείας x/x και εκπέμπουν κύματα με μήκος κύματος $\lambda = 2\text{m}$. Η απόσταση των δύο πηγών είναι $\lambda = 8\text{m}$. Οι απομακρύνσεις των πηγών από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y = A\eta\mu\omega t$. Το πλήθος των σημείων του ευθυγράμμου τμήματος $K\Lambda$ που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος είναι:

α. 8 σημεία

β. 7 σημεία

γ. 9 σημεία

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

E2.18 Σε ένα ελαστικό μέσο διαδίδονται ταυτόχρονα δύο αρμονικά κύματα από σύγχρονες πηγές. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, τα μόρια του ελαστικού μέσου:

α. Έχουν απομάκρυνση που είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των απομακρύνσεων που θα είχαν αν τα δύο κύματα διαδίδονταν χωριστά.

β. Έχουν πλάτος ταλάντωσης που είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα των πλατών που θα είχαν αν τα δύο κύματα διαδίδονταν χωριστά.

γ. Έχουν συχνότητα ταλάντωσης που είναι ίδια με τις συχνότητες που έχουν τα δύο κύματα.

δ. Έχουν μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης που είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των αντιστοίχων μέγιστων ταχυτήτων που θα είχαν, αν τα δύο κύματα διαδίδονταν χωριστά.

Ποιες από τις προηγούμενες προτάσεις είναι σωστές;

E2.19 Δύο πηγές κυμάτων Κ και Λ παράγουν στην ίδια περιοχή του ίδιου ελαστικού μέσου, αρμονικά κύματα με εξισώσεις $y_1=0,2\eta\mu 2\pi(10t-x_1/3)$ και $y_2=0,2\eta\mu 2\pi(10t-x_2/3)$ (SI) αντίστοιχα. Σημείο του ελαστικού μέσου απέχει από τις πηγές αποστάσεις $x_1=5\text{m}$ και $x_2=6\text{m}$ και κάνει ταλαντώσεις με μέγιστη ταχύτητα:

α. $v_0=4\pi$ m/s

β. $v_0=0$

γ. $v_0=8\pi$ m/s

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E2.20 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων παράγουν πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού κύματα με πλάτος Α και μήκος κύματος, λ. Σημείο, Μ, της επιφάνειας του υγρού ταλαντώνεται λόγω συμβολής των δύο κυμάτων με πλάτος $A\sqrt{2}$. Η μικρότερη διαφορά δρόμου x_1-x_2 των κυμάτων από τις πηγές στο σημείο Μ είναι:

α. $\lambda/6$

β. $\lambda/2$

γ. $\lambda/4$

δ. $\lambda/2$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E2.21 Δύο σημειακές σύγχρονες πηγές βρίσκονται πάνω στα άκρα Κ και Λ ευθυγράμμου τμήματος μήκους λ. Τα κύματα που παράγονται έχουν ίδιο πλάτος Α και ίδιο μήκος κύματος λ με $\lambda < \lambda$.

I. Το υλικό σημείο που βρίσκεται στο μέσο Μ του τμήματος ΚΛ έχει πλάτος ταλάντωσης λόγω συμβολής των δύο κυμάτων Α' ίσο με:

α. $A'=0$

β. $A'=2A$

γ. $A'=A$

II. Σημείο Γ που βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ είναι το πλησιέστερο προς το Μ στο οποίο το πλάτος μηδενίζεται. Η απόσταση $x=M\Gamma$ είναι ίση με:

α. $x=\lambda/2$

β. $x=\lambda/4$

γ. $x=\lambda/8$

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

E2.22 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων παράγουν πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού κύματα με πλάτος Α και μήκος κύματος, λ. Σημείο Γ της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις πηγές αποστάσεις $r_1=4\lambda/3$ και $r_2=\lambda$ αντιστοίχως.

I. Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Γ είναι:

α. $A'=0$

β. $A'=A/2$

γ. $A'=2A$

δ. Α

II. Η διαφορά φάσης με την οποία συμβάλλουν τα κύματα στο σημείο, Γ είναι:

$$\alpha. \pi/3$$

$$\beta. 2\pi/3$$

$$\gamma. 7\pi/3$$

$$\delta. 4\pi/3$$

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

E2.23 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων παράγουν πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού κύματα με πλάτος A και μήκος κύματος, λ . Σε σημείο Δ της επιφάνειας του υγρού, τα κύματα φτάνουν με διαφορά φάσης $\Delta\phi=4\pi$ rad. Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Δ θα είναι:

$$\alpha. A \neq A$$

$$\beta. A \neq 2A$$

$$\gamma. A \neq 0$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E2.24 Δύο πηγές κυμάτων Π_1, Π_2 παράγουν πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού εγκάρσια μηχανικά κύματα. Οι εξίσώσεις απομάκρυνσης των πηγών είναι $y_1=A\eta\mu\omega t$ και $y_2=A\eta\mu(\omega t+\phi)$. Αν στη μεσοκάθετο του ευθυγράμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ όλα τα σημεία παραμένουν διαρκώς ακίνητα, τότε η τιμή της γωνίας ϕ είναι:

$$\alpha. \phi=\pi$$

$$\beta. \phi=\pi/2$$

$$\gamma. \phi=0$$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

E2.25 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία K και Λ μιας ευθείας x/x και εκπέμπουν κύματα με μήκος κύματος $\lambda=1$ m. Οι απομακρύνσεις των πηγών από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y=A\eta\mu\omega t$.

I. Η απόσταση δύο διαδοχικών σημείων του τμήματος $K\Lambda$ που παραμένουν ακίνητα είναι:

$$\alpha. \Delta x=0,5\text{m}$$

$$\beta. \Delta x=1\text{m}$$

$$\gamma. \Delta x=0,25\text{m}$$

II. Η μικρότερη απόσταση μεταξύ ενός σημείου που ταλαντώνεται με πλάτος $2A$ και ενός που παραμένει διαρκώς ακίνητο είναι Δr :

$$\alpha. \Delta r=0,5\text{m}$$

$$\beta. \Delta r=1\text{m}$$

$$\gamma. \Delta r=0,25\text{m}$$

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

E2.26 Δύο σημειακές πηγές αρμονικών και μηχανικών κυμάτων βρίσκονται στις θέσεις K και Λ μιας ευθείας xx' , στην επιφάνεια υγρού. Η εξίσωση που περιγράφει τις απομακρύνσεις από τις θέσεις ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $y=A\eta\mu(2\pi t/T)$. Σε σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού η συμβολή αρχίζει τη χρονική στιγμή $t_1=3T$ και η εξίσωση απομάκρυνσης των ταλαντώσεων του Σ μετά τη συμβολή είναι $y=0,04\eta\mu(2\pi t/T-4\pi)$, (SI). Το πλάτος της ταλάντωσης, A των δύο πηγών είναι:

$$\alpha. A=0,02\text{m}$$

$$\beta. A=0,03\text{m}$$

$$\gamma. A=0,04\text{m}$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E2.27 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία K και Λ μιας ευθείας x/x και εκπέμπουν κύματα με μήκος κύματος $\lambda=1$ m. Η απόσταση των δύο πηγών είναι $\lambda=2$ m. Οι απομακρύνσεις των πηγών από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y=A\eta\mu\omega t$.

I. Το πλήθος των σημείων του ευθυγράμμου τμήματος $K\Lambda$ που παραμένουν ακίνητα είναι:

$$\alpha. 3 \text{ σημεία}$$

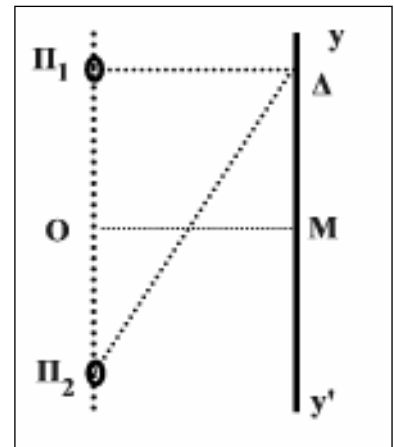
$$\beta. 4 \text{ σημεία}$$

$$\gamma. 6 \text{ σημεία}$$

Π. Η ελάχιστη απόσταση ενός ακίνητου σημείου του τμήματος ΚΛ από το σημείο Κ είναι:
 α. 0,25m β. 0,5m γ. 0,2m

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

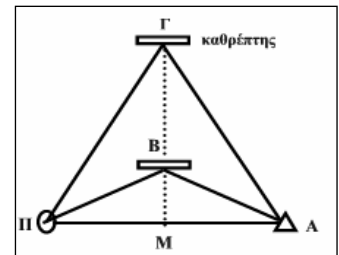
E2.28 Στο σχήμα φαίνονται δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1, Π_2 που εκπέμπουν κύματα ίδιου πλάτους με συχνότητα $f=100\text{Hz}$ που τρέχουν με ταχύτητα $v=80\text{m/s}$ στην επιφάνεια ελαστικού μέσου. Ένας ανιχνευτής που μπορεί να κινείται πάνω στην ευθεία yy' ξεκινάει από το σημείο Μ της μεσοκαθέτου ΟΜ του τμήματος $\Pi_1\Pi_2$, και όταν φτάνει στο σημείο Δ διαπιστώνει ότι εκεί συμβαίνει η τρίτη κατά σειρά αποσβετική συμβολή. Αν η απόσταση $\Pi_1\Delta=4\text{m}$ τότε η απόσταση $d=\Pi_1\Pi_2$ είναι:



- α. $d=6\text{m}$ β. $d=2\sqrt{3}\text{m}$ γ. $d=2\sqrt{5}\text{m}$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

E2.29 Στην επιφάνεια του υγρού δημιουργούμε κύματα που προέρχονται από την πηγή Π και φτάνουν στον ανιχνευτή Α είτε απευθείας είτε μέσω ανάκλασης στον καθρέπτη Κ. Η απόσταση $\Pi A=d=6\lambda$. Τα κύματα έχουν μήκος κύματος λ . Ο καθρέπτης ξεκινάει από το μέσον Μ της απόστασης ΠA και όταν φτάνει στη θέση Β, ο ανιχνευτής καταγράφει για πρώτη φορά ελάχιστο. Ο καθρέπτης συνεχίζει και όταν φτάνει στο σημείο Γ στο οποίο $B\Gamma=11\lambda/4$ ο ανιχνευτής καταγράφει μέγιστο. Τα μέγιστα που μετράει ο ανιχνευτής κατά τη μετατόπιση του καθρέπτη από το σημείο Β στο σημείο Γ, είναι:



- α. 2 μέγιστα β. 3 μέγιστα γ. 4 μέγιστα

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E2.30 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία Κ και Λ μιας ευθείας $x'x$ και εκπέμπουν κύματα με μήκος κύματος λ . Η απόσταση ΚΛ είναι ίση με λ . Οι απομακρύνσεις των πηγών από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y=A\eta\omega t$. Οι γεωμετρικοί τόποι των σημείων που παραμένουν ακίνητα είναι υπερβολές. Οι αποστάσεις δύο διαδοχικών σημείων τομής αυτών των υπερβολών με το τμήμα ΚΛ:

- α. Αυξάνονται αν αυξηθεί η απόσταση των πηγών λ .
 β. Αυξάνονται αν αυξηθεί το μήκος κύματος, λ .
 γ. Είναι ανεξάρτητες από το λ και το λ .

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E2.31 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1, Π_2 που εκπέμπουν κύματα ίδιου πλάτους με συχνότητα $f=10\text{Hz}$ που τρέχουν με ταχύτητα $v=1\text{m/s}$ στην επιφάνεια υγρού. Σημείο Ζ απέχει από την πηγή Π_1 απόσταση $x_1=80\text{cm}$ και βρίσκεται στον τέταρτο κροσσό ενισχυτικής συμβολής μετά τη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ και προς την πλευρά της πηγής Π_2 . Η απόσταση r_2 του σημείου Ζ από την πηγή Π_2 είναι:

- α. $r_2=1,1\text{m}$ β. $r_2=0,5\text{m}$ γ. $r_2=0,4\text{m}$

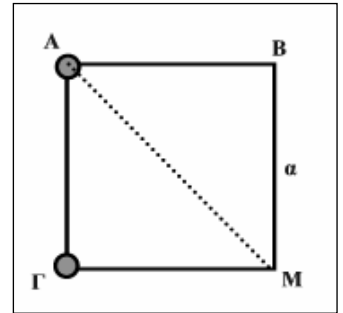
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E2.32 Δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 παράγουν αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους A , ίδιου μήκους κύματος λ που διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο. Αν ένα σημείο Σ απέχει από τις πηγές αποστάσεις r_1, r_2 κάνει σύνθετη ταλάντωση με πλάτος ίσο με A , τότε, η διαφορά $|r_1 - r_2|$ είναι δυνατόν να είναι:

- α. λ β. $\lambda/6$ γ. 2λ δ. $\lambda/3$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E2.33 Στις κορυφές A και Γ τετραγώνου πλευράς $a=1\text{m}$ υπάρχουν μικρές σύγχρονες ηχητικές πηγές που παράγουν απλούς ήχους συχνότητας f και ίδιου πλάτους (έντασης). Οι ήχοι τρέχουν στο ισότροπο μέσο που περιβάλλει το χώρο με ταχύτητα $v=320\text{m/s}$. Δίνεται $\sqrt{2}=1,4$.



I. Δέκτης βρίσκεται στην κορυφή M και σημειώνει ήχο μέγιστου πλάτους. Οι τιμές της συχνότητας των πηγών πρέπει είναι:

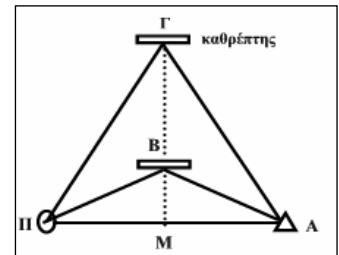
- α. Ακέραια πολλαπλάσια των 800Hz .
 β. Περιττά πολλαπλάσια των 400Hz .
 γ. Οποιαδήποτε τιμή.
 δ. Τίποτα από τα παραπάνω.

II. Αν μεταφέρουμε τη μια πηγή από το σημείο A στο σημείο B , τότε ο δέκτης στο σημείο M θα καταγράφει ήχο:

- α. Μηδενικού πλάτους (έντασης) για κάθε τιμή της συχνότητας, f .
 β. Μέγιστου πλάτους (έντασης) για κάθε τιμή της συχνότητας, f .
 γ. Τίποτα από τα παραπάνω.

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

E2.34 Στην επιφάνεια του υγρού δημιουργούμε κύματα που προέρχονται από την πηγή Π και φτάνουν στον ανιχνευτή A είτε απευθείας είτε μέσω ανάκλασης στον καθρέπτη K . Τα κύματα έχουν μήκος κύματος λ . Ο καθρέπτης ξεκινάει από το μέσον M της απόστασης ΠA και όταν φτάνει στη θέση B , ο ανιχνευτής καταγράφει ελάχιστο. Τότε η απόσταση ΠB είναι 4m . Ο καθρέπτης συνεχίζει και όταν φτάνει στο σημείο Γ στο οποίο $\Pi\Gamma=5\text{m}$ ο ανιχνευτής καταγράφει το αμέσως επόμενο μέγιστο. Το μήκος κύματος είναι:



- α. $\lambda=4\text{m}$ β. $\lambda=2\text{m}$ γ. $\lambda=8\text{m}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Α) Ασκήσεις και προβλήματα

A2.1 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 που ταλαντώνονται με εξισώσεις απομάκρυνσης $y=0,02\eta\mu 20\pi t$ (SI), παράγουν στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού, κύματα με ταχύτητα διάδοσης $v=1\text{m/s}$. Αν σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις πηγές αποστάσεις $x_1=40\text{cm}$ και $x_2=60\text{cm}$ αντιστοίχως να βρεθούν:

- Η χρονική στιγμή που άρχισε να ταλαντώνεται το σημείο Σ .
- Η χρονική στιγμή που άρχισε το σημείο Σ να κάνει σύνθετη ταλάντωση;
- Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης του σημείου Σ ;
- Η τάξη του κροσσού στον οποίο βρίσκεται το σημείο Σ .
- Η πρώτη χρονική στιγμή που το σημείο Σ περνάει από τη θέση $y=-0,04\text{m}$.

α. 0,4s, β. 0,6s, γ. 0,04m, δ. τρίτος ε. 0,675s

A2.2 Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές K και Λ ταλαντώνονται με εξίσωση απομάκρυνσης $y=0,2\eta\mu 4\pi t$, (SI) και παράγουν κύματα τα οποία διαδίδονται στην επιφάνεια υγρού με ταχύτητα $v=4\text{m/s}$. Σημείο H , που βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος $K\Lambda$ και απέχει από το K απόσταση, $r_1=8\text{m}$.

Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης y από τη θέση ισορροπίας του σημείου H στο χρονικό διάστημα από $t_0=0$ που άρχισαν να ταλαντώνονται οι πηγές έως τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{s}$.

A2.3 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 παράγουν κύματα στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού αρχίζοντας τις ταλαντώσεις τους τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με εξισώσεις απομάκρυνσης $y_1=y_2=0,02\eta\mu 20\pi t$, (SI). Παρατηρούμε ότι μικρό κομμάτι φελλού που βρίσκεται σε σημείο P της επιφάνειας του υγρού και απέχει $0,1\text{m}$ από την κάθε πηγή αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_1=0,25\text{s}$.

- Να υπολογιστεί η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων.
- Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης $y=f(t)$ της σύνθετης ταλάντωσης του σημείου P .
- Να υπολογιστεί η πρώτη χρονική στιγμή κατά την οποία το σημείο P φτάνει σε απομάκρυνση $y=0,04\text{m}$;
- Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του φελλού στο σημείο P εκείνη τη στιγμή που η δυναμική του ενέργεια γίνεται ίση με την αντίστοιχη κινητική.

α. 0,4m/s, β. $y=0,04\eta\mu 2\pi(10t-2,5)$ στο S.I γ. 0,275s δ. $v=0,4\pi\sqrt{2}\text{m/s}$

A2.4 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων K και Λ που βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού αρχίζουν, τη χρονική στιγμή $t_0=0$, να παράγουν κύματα με περίοδο $T=1\text{s}$ και πλάτος $A=0,01\text{m}$. Τα κύματα διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα $v=1\text{m/s}$. Σημείο N της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις πηγές των κυμάτων αποστάσεις $r_1=3\text{m}$ και $r_2=4\text{m}$ αντιστοίχως.

- Να γραφούν οι εξισώσεις κίνησης του σημείου N .
- Ποια χρονική στιγμή περνάει το σημείο N για πρώτη φορά από τη θέση $y=+0,01\text{m}$;
- Ποια χρονική στιγμή η ταχύτητά του N μηδενίζεται για πρώτη φορά κάνοντας σύνθετη ταλάντωση;
- Να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης y του σημείου N σε σχέση με το χρόνο από $t_0=0$ έως $t_1=5\text{s}$.
- Σε ποιας τάξης και τι είδους υπερβολή βρίσκεται το σημείο N ;

α. $y_1=0, 0.t<3\text{s}$, $y_2=0,01\eta\mu 2\pi(t-3), 3.t<4\text{s}$, $y_3=-0,02\eta\mu 2\pi(t-\frac{7}{2}), t;4\text{s}$, β. $t_1=3,25\text{s}$, γ. $t_2=4,25\text{s}$, δ. $\kappa=1$

A2.5 Δύο ακίδες Κ και Λ που βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού αρχίζουν, τη χρονική στιγμή $t_0=0$, να παράγουν σύγχρονα κύματα με συχνότητα 60 χτύπους ανά λεπτό και πλάτος $A=0,01\text{m}$ τα οποία διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα $v=5\text{m/s}$. Σ' ένα σημείο της επιφάνειας του υγρού βρίσκεται σημείο Σ που απέχει από τις πηγές των κυμάτων αποστάσεις $r_1=15\text{m}$ από την Κ και $r_2=20\text{m}$ από τη Λ αντιστοίχως.

α. Να υπολογιστεί η απομάκρυνση του σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας του τις χρονικές στιγμές: i) $t_1=1\text{s}$, ii) $t_2=3,25\text{s}$, iii) $t_3=5\text{s}$.

β. Να βρεθεί η χρονική στιγμή που το Σ βρίσκεται για πρώτη φορά σε απομάκρυνση $y=-0,01\text{m}$.

γ. Να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης y του σημείου Σ σε σχέση με το χρόνο από $t_0=0$ έως $t=5\text{s}$.

$$\alpha. y_1=0, y_2=0,01\text{m}, y_3=0, \beta. 3,75\text{s}$$

A2.6 Πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού υπάρχουν δύο ακίδες Κ και Λ που αποτελούν σύγχρονες πηγές κυμάτων και κάνουν απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξίσωση $y=0,2\eta\mu 8\pi t$, (SI). Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ και τα κύματα που διαδίδονται έχουν μήκος κύματος $\lambda=0,1\text{m}$. Σημείο Δ απέχει απόσταση $r_1=1\text{m}$ από την ακίδα Κ και βρίσκεται στο δεύτερο κροσσό ενισχυτικής συμβολής μετά τη μεσοκάθετο προς τη μεριά της ακίδας, Λ.

α. Να βρεθεί πόσο απέχει το σημείο Δ από το Λ;

β. Να γραφεί η εξίσωση κίνησης του σημείου Δ για το χρονικό διάστημα, $t;2,5\text{s}$.

γ. Να βρεθεί η απομάκρυνση του σημείου Δ από τη θέση ισορροπίας 1s μετά την έναρξη των ταλαντώσεων αυτού.

$$\alpha. 0,8\text{m}, \beta. y=0,4\eta\mu 2\pi(4t-9) \text{ στο S.I.}, \gamma. y=0$$

A2.7 Δύο σύγχρονες πηγές που βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού προκαλούν αρμονικά κύματα περιόδου πλάτους Α, συχνότητας f που διαδίδονται με ταχύτητα $v=100\text{m/s}$. Σημείο Σ που βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια του υγρού ταλαντώνεται σύνθετα με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής:

$$y=0,2\sigma\upsilon\nu 4\pi\eta\mu 2\pi(100t-3) \text{ στο S.I.}$$

Να υπολογιστούν:

α. Το πλάτος ταλάντωσης της κάθε πηγής.

β. Οι αποστάσεις r_1, r_2 που απέχει το Σ από τις πηγές των κυμάτων.

γ. Η μέγιστη τιμή της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Σ.

$$\alpha. 0,1\text{m}, \beta. 5\text{m}, 1\text{m}, \gamma. 40\pi \text{ m/s}$$

A2.8 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων, Β και Γ που βρίσκονται πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού παράγουν αρμονικά κύματα με συχνότητα $f=100\text{Hz}$ που διαδίδονται με ταχύτητα 200m/s . Οι πηγές απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=4\text{m}$. Να βρείτε τις αποστάσεις από την πηγή Β, όλων των σημείων που βρίσκονται πάνω στην ευθεία που ορίζουν τα Β και Γ, είναι μεταξύ των Β και Γ και:

α. Ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

β. Παραμένουν ακίνητα.

$$\alpha. 1\text{m}, 2\text{m}, 3\text{m}, \beta. 0,5, 1,5\text{m}, 2,5\text{m}, 3,5\text{m}$$

A2.9 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Κ και Λ που βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού παράγουν κύματα με εξισώσεις ταλάντωσης $y=0,02\eta\mu 2\pi t$, (S.I.) και αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0=0$. Μέχρι η κάθε πηγή να φτάσει για πρώτη φορά σε απομάκρυνση $y=-0,02\text{m}$ από τη θέση ισορροπίας της, τα κύματα έχουν διαδοθεί σε απόσταση $0,3\text{m}$ από την κάθε πηγή.

α. Να υπολογιστεί το μήκος κύματος των δύο κυμάτων.

β. Σημείο Σ απέχει από το σημείο Κ απόσταση $\Sigma K=r_1=2,4\text{m}$ είναι πλησιέστερα προς το σημείο Λ και βρίσκεται στη δεύτερη ενισχυτική υπερβολή μετά τη μεσοκάθετο.

β₁. Να βρεθεί η απόσταση του σημείου Σ από την πηγή, Λ.

β₂ Να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης των ταλαντώσεων του σημείου Σ.

β₃. Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Σ τη στιγμή που για πρώτη φορά, το σημείο Σ έχει απομάκρυνση ίση με $y=0,01\text{m}$.

α. $\lambda=0,4\text{m}$, β₁. $r_2=1,6\text{m}$, β₂. $y_1=0$ για $t<4\text{s}$, $y_2=0,02\eta\mu 2\pi(t-4)$ για $4\text{s}<t<6\text{s}$, $y_3=0,04\eta\mu 2\pi(t-5)$ για $t\geq 6\text{s}$,
 γ. $v=2\pi\sqrt{3}\cdot 10^{-2}\text{m/s}$

□A2.10 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα άκρα ευθυγράμμου τμήματος AB και παράγουν κύματα ίδιου πλάτους με συχνότητα $f=20\text{Hz}$ που διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο με ταχύτητα 40m/s . Δύο σημεία Κ και Λ βρίσκονται δεξιά της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος AB και η διαφορά των αποστάσεών του από τα Α και Β είναι για το Κ, $KA - KB=40\text{m}$ και $LA - LB=50\text{m}$ αντιστοίχως.

α. Βρείτε αν τα σημεία βρίσκονται σε υπερβολή μέγιστου ή ελάχιστου πλάτους.

β. Πόσες υπερβολές ενισχυτικής συμβολής υπάρχουν μεταξύ των σημείων Κ και Λ;

γ. Αν οι υπερβολές πάνω στις οποίες βρίσκονται τα Κ και Λ τέμνουν το ευθύγραμμο τμήμα AB στα σημεία Π και Ρ να βρεθεί η απόσταση ΠΡ.

α. Μέγιστου, β. 4, γ. 5m

□A2.11 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π και Ρ ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια υγρού με συχνότητα $f=5\text{Hz}$ και παράγουν κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $v=10\text{m/s}$. Δύο σημεία Α και Β αριστερά και δεξιά από τη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος ΠΡ απέχουν από τις πηγές αποστάσεις $A\Pi=17\text{m}$, $A\rho=20\text{m}$, $B\Pi=21\text{m}$, $B\rho=15\text{m}$.

α. Βρείτε αν στα σημεία Α και Β έχουμε ενισχυτική ή αποσβετική συμβολή.

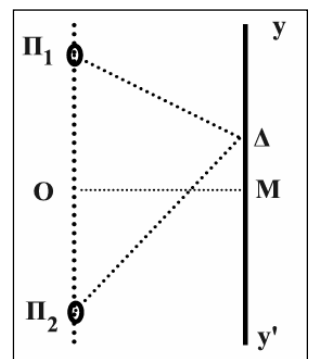
β. Οι υπερβολές πάνω στις οποίες βρίσκονται τα Α και Β τέμνουν το τμήμα ΠΡ στα σημεία και Κ Λ. Να βρεθεί η απόσταση ΚΛ.

γ. Πόσες υπερβολές ενισχυτικής και πόσες αποσβετικής συμβολής τέμνουν το τμήμα ΠΡ ανάμεσα από τα Κ και Λ;

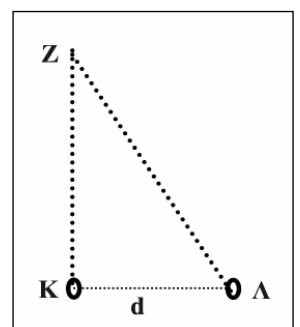
α. Α απόσβεση, Β ενίσχυση, β. $KL=4,5\text{m}$, γ. 4 ενισχυτική, 4 αποσβετική

□A2.12 Δύο ηχητικές Π_1 και Π_2 πηγές παράγουν σύγχρονους απλούς ήχους με συχνότητα f που διαδίδονται στον αέρα με ταχύτητα $v=340\text{m/s}$. Οι πηγές απέχουν μεταξύ τους απόσταση $\Pi_1\Pi_2=7\text{m}$ και ένα δέκτης ήχων βρίσκεται αρχικά πάνω στη μεσοκάθετο της OM και σε απόσταση 6m από το μέσον O της $\Pi_1\Pi_2$. Αν ο δέκτης μετακινηθεί παράλληλα προς την $\Pi_1\Pi_2$ κατά $M\Delta=1\text{m}$ από την μεσοκάθετο, τότε συλλαμβάνει το πρώτο ελάχιστο πλάτος, (ελάχιστο της έντασης του ήχου). Να υπολογιστεί η συχνότητα f , των ήχων.

$f=170\text{Hz}$



□A2.13 Στα σημεία Κ και Λ βρίσκονται δυο σημειακές πηγές αρμονικών κυμάτων που ταλαντώνονται με εξισώσεις $y_1=y_2=A\eta\mu\omega t$ και παράγουν κύματα που διαδίδονται στο ίδιο μέσο με ταχύτητα $v=320\text{m/s}$ και οι συχνότητές τους μπορούν να κυμαίνονται από 300Hz έως 500Hz . Οι πηγές απέχουν απόσταση $d=6\text{m}$. Σημείο Ζ του μέσου απέχει από την πηγή Κ απόσταση $KZ=8\text{m}$.



α. Για ποιες τιμές της συχνότητας f έχουμε στο σημείο Z :

i. ενισχυτική συμβολή. ii. αποσβετική συμβολή.

β. Αν η συχνότητα των πηγών είναι $f=400\text{Hz}$ με πόση διαφορά φάσης φτάνουν τα δύο κύματα στο σημείο Z την ίδια χρονική στιγμή;

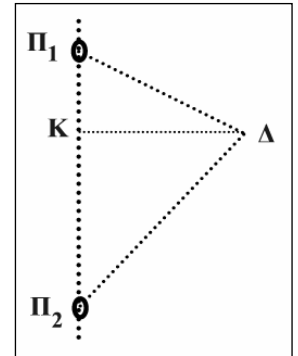
α. i. 320Hz , 480Hz ii. 400Hz , β. $\Delta\phi=5\pi\text{ rad}$

□A2.14 Δύο σύγχρονες γεννήτριες απλών ήχων Π_1, Π_2 απέχουν μεταξύ τους απόσταση $(\Pi_1\Pi_2)=d=(3+\sqrt{20})\text{m}$. Σημείο Δ απέχει από το τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ απόσταση $(\Delta K)=4\text{m}$, ενώ δίνεται ακόμα και η απόσταση $(\Pi_1 K)=3\text{m}$. Οι ήχου που παράγουν οι πηγές διαδίδονται με ταχύτητα $v=340\text{m/s}$. Για ποιες τιμές της συχνότητας f των πηγών, αν $f < 1000\text{Hz}$, ακροατής που βρίσκεται στο σημείο Δ θα αντιλαμβάνεται:

α. Ενισχυτική συμβολή.

β. Ακυρωτική συμβολή.

α. 340Hz , 680Hz , β. 170Hz , 510Hz , 850Hz



□A2.15 Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές ήχου ταλαντώνονται με εξισώσεις απομάκρυνσης $y=A\eta\mu\omega t$. Οι πηγές βρίσκονται στα άκρα K και Λ ευθύγραμμου τμήματος $K\Lambda=30\text{cm}$. Στο σημείο Γ που βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα $K\Lambda$ και απέχει από το μέσο M απόσταση $M\Gamma=4,25\text{cm}$, η ένταση του ήχου μηδενίζεται για πρώτη φορά.

α. Πόση είναι η συχνότητα f του ήχου.

β. Πόσα σημεία του $K\Lambda$ ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος και πόσα μένουν ακίνητα;

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα $v=340\text{m/s}$.

α. $f=2000\text{Hz}$, β. 3 σημεία, 4 σημεία

□A2.16 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων ταλαντώνονται σύμφωνα με την εξίσωση απομάκρυνσης $y=A\eta\mu 200\pi t$ και τα κύματα που παράγονται διαδίδονται με ταχύτητα $v=50\text{m/s}$. Οι πηγές απέχουν μεταξύ τους απόσταση $\Pi\Pi$ με $\Pi\Pi=d=5\text{m}$. Πόσα σημεία του τμήματος $\Pi\Pi$ ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος και πόσα μένουν συνεχώς ακίνητα;

21 και 20

□A2.17 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων K και Λ ταλαντώνονται σύμφωνα με την εξίσωση απομάκρυνσης $y=A\eta\mu 200\pi t$, (SI) και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $K\Lambda=20\text{cm}$. Ανάμεσα στα K και Λ και πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα $K\Lambda$ παρουσιάζονται 4 σημεία που παραμένουν συνεχώς ακίνητα. Το 1^ο ακίνητο σημείο μετά το μέσο και προς τη μεριά του Λ απέχει από το K , $12,5\text{cm}$.

α. Να υπολογιστεί η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων.

β. Σημείο Z βρίσκεται πάνω στην πρώτη υπερβολή των ακίνητων σημείων μετά τη μεσοκάθετο και πλησιέστερα προς το Λ , απέχει δε από το Λ απόσταση, $Z\Lambda=20\text{cm}$. Να βρεθεί η απόσταση του Z από την πηγή K .

α. $v=10\text{m/s}$, β. $(ZK)=25\text{cm}$

□A2.18 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία A και B της ελεύθερης επιφάνειας υγρού και προκαλούν όμοια εγκάρσια κύματα που διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα $v=0,5\text{m/s}$. Σημείο K βρίσκεται πάνω στο τμήμα AB απέχει από το A απόσταση r_1 , από το B απόσταση r_2 με $r_1 > r_2$. Το σημείο K είναι το πλησιέστερο προς το μέσο M της AB και

ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος. Η απομάκρυνση του Κ από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση:

$$y=0,2\eta\mu\frac{5\pi}{3}(t-2) \text{ (SI)}.$$

Να υπολογιστούν:

α. Η περίοδος, το μήκος κύματος και το πλάτος των κυμάτων που συμβάλλουν.

β. Η απόσταση ΑΒ των δύο πηγών.

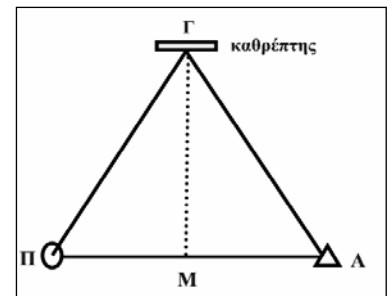
γ. Οι αποστάσεις r_1, r_2 του σημείου Κ από τα Α και Β.

δ. Ο αριθμός των σημείων του ΑΒ που λόγω συμβολής έχουν πλάτος ίσο με το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Κ.

Πανελλαδικές επαναληπτικές 2004

α. $T=1,2s, A=0,1m, \lambda=0,6m$, β. $AB=2m, r_1=1,3m, r_2=0,7m$, δ. 7 σημεία

□Α2.19 Στο σημείο Π βρίσκεται πηγή που ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση $y=0,03\eta\mu 16\pi t$ (SI) και παράγει κύματα που διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα $v=1,92m/s$. Τα κύματα ανακλώνται χωρίς απώλειες ενέργειας στον καθρέπτη Γ και καταλήγουν στον ανιχνευτή Α, ο οποίος όμως δέχεται κύματα και απευθείας από την πηγή Π. Δίνονται οι αποστάσεις $PA=d=18cm$ και $GM=40cm$ όπου Μ το μέσο της ΠΑ. Να υπολογιστούν:



α. Η χρονική στιγμή που άρχισε το σημείο Α να κάνει σύνθετη ταλάντωση.

β. Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης του Α.

γ. Η ελάχιστη μετατόπιση του καθρέπτη κατά μήκος της ΓΜ και προς σημεία μακρύτερα του τμήματος ΠΑ ώστε το σημείο Α να ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος.

α. $t=0,427s$, β. $A\leq 3cm$, γ. 4, 1cm

□Α2.20 Δύο μεγάφωνα Π_1, Π_2 που τροφοδοτούνται από την ίδια γεννήτρια συχνοτήτων αποτελούν σύγχρονες πηγές κυμάτων με εξίσωση $y=A\eta\mu 2\pi(t/T-x/\lambda)$. Τα μεγάφωνα τοποθετούνται στις θέσεις (0,0) και (4m,0) αντίστοιχα ενός ορθογωνίου συστήματος αξόνων xOy. Ανιχνευτής ήχου τοποθετείται στη θέση Σ(0,3m). Καθώς η συχνότητα της γεννήτριας μεταβάλλεται από την τιμή $f_1=200Hz$ στην τιμή $f_2=1000Hz$, ο ανιχνευτής καταγράφει μια σειρά μεγίστων και ελαχίστων του ήχου. Δίνεται ταχύτητα ήχου $v=300m/s$. Να υπολογιστούν:

α. Η διαφορά φάσης των ηχητικών κυμάτων που φτάνουν στο Σ και έχουν συχνότητα $f=300Hz$.

β. Η συχνότητα της γεννήτριας όταν ο ανιχνευτής, Σ καταγράφει το πρώτο μέγιστο ήχου.

γ. Ο αριθμός των ελαχίστων του ήχου που μπορεί να καταγράψει ο ανιχνευτής.

δ. Η συχνότητα της γεννήτριας όταν ο ανιχνευτής καταγράφει το τελευταίο ελάχιστο ήχου.

α. $4\pi rad$, β. $300Hz$, γ. 6, δ. $975Hz$

□Α2.21 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία Α και Β της ελεύθερης επιφάνειας υγρού και προκαλούν όμοια εγκάρσια κύματα που διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα $v=0,4m/s$ και συμβάλλουν. Η εξίσωση ταλάντωσης των πηγών είναι $y=0,2\eta\mu 4\pi t$, (SI). Σε ένα σημείο, Σ το κύμα από την πηγή Α φτάνει μετά από χρόνο $\Delta t=1s$ από τη στιγμή που έφτασε το κύμα από την πηγή Β. Οι αποστάσεις του Σ από τα Α και Β είναι r_1, r_2 αντιστοίχως και ισχύει ότι $r_1+r_2=4\lambda$, όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που συμβάλλουν.

α. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης των σύνθετων ταλαντώσεων του σημείου Σ.

β. Να βρείτε την απομάκρυνση του Σ μετά από $1/16s$ από τη στιγμή που άρχισε η συμβολή των κυμάτων στο σημείο αυτό.

γ. Πόσοι λόφοι του κύματος που προέρχεται από την πηγή Α χωράνε μέσα στην απόσταση ΑΣ;

δ. Να υπολογιστεί η απόσταση d των δύο πηγών αν είναι γνωστό ότι στο τμήμα AB παρατηρείται ακυρωτική συμβολή σε 6 σημεία και το πλησιέστερο προς την πηγή A απέχει από αυτή $x_1=0,05m$.

$$α. y=0,4\eta\mu 4\pi(t-1), \beta. y=0,2\sqrt{2}, \gamma. 3 \text{ λόφοι}, \delta. d=0,6m$$

□ **A2.22** Δύο σύγχρονες πηγές K και Λ που βρίσκονται στην επιφάνεια του νερού και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $K\Lambda=14cm$ αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ και να προκαλούν αρμονικά κύματα περιόδου $T=0,2s$, πλάτους $A=2cm$. Μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε σημείο Σ της επιφάνειας που απέχει από τις δύο πηγές των κυμάτων αποστάσεις $28cm$ και $44cm$ αντιστοίχως. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του νερού είναι $40cm/s$.

Να υπολογιστούν:

α. Η εξίσωση απομάκρυνσης των σύνθετων ταλαντώσεων του φελλού.

β. Η απομάκρυνση του φελλού από τη θέση ισορροπίας τη χρονική στιγμή, $t=1,05s$.

γ. Ο αριθμός και η θέση όλων των σημείων του ευθύγραμμου τμήματος $K\Lambda$ που παραμένουν συνεχώς ακίνητα.

δ. Ο αριθμός και η θέση όλων των σημείων του ευθύγραμμου τμήματος $K\Lambda$ που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

$$α. y=4\eta\mu 2\pi(5t-4,5), \text{ (το } t \text{ σε } s, \text{ το } y \text{ σε } cm), \beta. y=-2cm, \\ \gamma. 4 \text{ σημεία σε αποστάσεις } 1cm, 5cm, 9cm, 13cm \text{ από το } K. \\ \delta. 3 \text{ σημεία σε αποστάσεις } 3cm, 7cm, 11cm \text{ από το } K.$$

□ **A2.23** Δύο αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους A και ίδιας συχνότητας, διαδίδονται στο ίδιο γραμμικό ελαστικό μέσο με την ίδια φορά, με αρχή το σημείο O , ($x_0=0$), του άξονα xOx . Αν φτάσουν σε κάποιο σημείο, x , του ελαστικού μέσου την ίδια χρονική στιγμή, με διαφορά φάσης, $\Delta\phi=\pi/2$, πόσο είναι το πλάτος ταλάντωσης του σημείου αυτού;

$$A\sqrt{2}$$

□ **A2.24** Κατά μήκος μιας χορδής διαδίδονται αρμονικά κύματα της ίδιας κατεύθυνσης με την ίδια περίοδο T , μήκος κύματος λ , και το ίδιο πλάτος A . Το πρώτο κύμα διέρχεται από ένα σημείο της χορδής O τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ενώ το άλλο μετά χρόνο $T/4$.

α. Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης της σύνθετης κίνησης που εκτελεί οποιοδήποτε σημείο που απέχει απόσταση x από το O .

β. Πόση είναι η απομάκρυνση σημείου Σ που απέχει από το O απόσταση ίση με ένα μήκος κύματος λ , τις χρονικές στιγμές $t_1=T$ και $t_2=2T$ μετά τη χρονική στιγμή που άρχισε να ταλαντώνεται το σημείο O .

$$α. y=A\sqrt{2}\eta\mu(2\pi t/T-2\pi x/\lambda-\pi/4), \beta. y_1=0, y_2=-A$$

□ **A2.25** Γραμμικό αρμονικό κύμα έχει εξίσωση της μορφής $y_1=0,8\eta\mu 2\pi(80t-0,1x)$ στο S.I.

α. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

β. Το κύμα αυτό κινείται στην ίδια κατεύθυνση και στο ίδιο μέσο με άλλο κύμα ίδιου πλάτους, ίδιας συχνότητας που διαδίδεται στο ίδιο ελαστικό μέσο με την ίδια ταχύτητα. Το 1^ο κύμα διέρχεται από σημείο O τη χρονική στιγμή $t_0=0$, ενώ το δεύτερο διέρχεται από το ίδιο σημείο με καθυστέρηση φάσης $\pi/2$. Να κατασκευαστεί η εξίσωση του κύματος που προκύπτει από τη συμβολή των δύο κυμάτων.

γ. Πόση είναι η απομάκρυνση σημείου Σ που απέχει από το O δύο μήκη κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=1/32s$.

$$α. 800m/s, \beta. y=0,8\sqrt{2}\eta\mu 2\pi(80t-0,1x-0,125), \gamma. 0,8m$$

□A2.26 Πάνω στην ήρεμη επιφάνεια υγρού υπάρχουν τρία σημεία, A,B, Γ που ορίζουν ένα ορθογώνιο τρίγωνο με γωνία $A=90^0$ και πλευρές $AB=3m$, $AG=4m$. Τα σημεία A και B αποτελούν πηγές αρμονικών κυμάτων. Οι εξισώσεις ταλάντωσης των σημείων αυτών είναι για μεν το A, $y_1=0,2\eta\mu(2\pi t+\pi/2)$ και για δε το B $y_2=0,2\eta\mu 2\pi t$ και οι δύο στο S.I. Τα κύματα που παράγονται διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με μήκος κύματος $\lambda=1m$ και κάποια στιγμή φτάνουν και στο σημείο Γ και το θέτουν σε σύνθετες αρμονικές ταλαντώσεις. Να υπολογιστούν:

α. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων.

β. Το πλάτος των σύνθετων ταλαντώσεων του σημείου Γ.

γ. Ο αριθμός των σημείων που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος και βρίσκονται πάνω στην πλευρά AB και μεταξύ των A και B.

δ. Ο αριθμός των σημείων που παραμένουν ακίνητα και βρίσκονται πάνω στην πλευρά AB και μεταξύ των A και B.

α. $1m/s$, β. $0,2\sqrt{2}m$, γ. 5 σημεία, δ. 6 σημεία

□A2.27 Σε σημείο Σ της επιφάνειας υγρού φτάνουν ταυτόχρονα δύο κύματα με εξισώσεις, $y_1=A\eta\mu(2\pi t-2\pi x_1)$ και $y_2=A\eta\mu(2\pi t-2\pi x_2+\frac{\pi}{2})$. Να υπολογιστούν οι τιμές της διαφοράς των

αποστάσεων $\Delta x = x_2-x_1$ του σημείου Σ από τις πηγές ώστε αυτό να:

α. Παραμένει ακίνητο.

β. Να ταλαντώνεται με πλάτος $2A$.

α. $\Delta x=\kappa+3/4$ με $\kappa=0, \exists 1, \exists 2, \dots$ β. $\Delta x=\kappa+1/4$ με $\kappa=0, \exists 1, \exists 2, \dots$

□A2.28 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1, Π_2 ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια υγρού τη χρονική στιγμή $t_0=0$ και παράγουν κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $v=2m/s$. Το κύμα που προέρχεται από την πηγή Π_1 προκαλεί σε σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού ταλάντωση με εξίσωση $y_1=0,02\eta\mu(4\pi t-3\pi)$ (SI). Μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων το Σ ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση $y=A\eta\mu(4\pi t-13\pi/4)$ (SI)

α. Να βρείτε την εξίσωση ταλάντωσης $y_2=f(t)$ του σημείου Σ εξαιτίας του κύματος που προέρχεται από την πηγή Π_2 .

β. Να βρείτε το πλάτος A .

γ. Μεταβάλλοντας την κοινή συχνότητα των δύο πηγών πετυχαίνουμε ενισχυτική συμβολή των δύο κυμάτων στο Σ. Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της συχνότητας f ώστε να συμβεί αυτό;

δ. Ποια θα έπρεπε να ήταν η ελάχιστη τιμή της αρχικής φάσης, φ_0 , ($\varphi_0>0$), στην εξίσωση ταλάντωσης της πηγής Π_1 ώστε στο σημείο Σ να παρατηρείται ενισχυτική συμβολή;

α. $y_2=0,02\eta\mu(4\pi t-7\pi/2)$ (SI), β. $A=0,02\sqrt{2}m$, γ. $8Hz$, δ. $\varphi_0=3\pi/2$ rad

□A2.29 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1, Π_2 βρίσκονται στα σημεία Κ και Λ της επιφάνειας του υγρού και απέχουν απόσταση $d=6m$. Οι πηγές κάνουν ΑΑΤ με εξίσωση $y=0,2\eta\mu\omega t$ (SI) και δημιουργούν κύματα με μήκος κύματος $\lambda=1m$ τα οποία διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού. Σημείο Ζ της επιφάνειας που απέχει r_1 από το Κ και r_2 από το Λ με $r_2>r_1$ ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_1=1,75s$ και αφού κάνει 2,5 ταλαντώσεις σταματάει. Τη στιγμή που το Ζ ακινητοποιείται το κύμα από τη πηγή Π_2 φτάνει στην πηγή Π_1 .

α. Να βρεθούν οι αποστάσεις r_1, r_2 .

β. Να βρείτε τον αριθμό των σημείων του τμήματος ΚΖ τα οποία τη χρονική στιγμή t_1 βρίσκονται σε ακραία θέση ταλάντωσης αν υποθεθεί ότι τα σημεία αυτά ταλαντώνονται μόνο εξ αιτίας του κύματος που προέρχεται από την πηγή Π_1 .

γ. Να γράψετε την εξίσωση ταλάντωσης του Z από τη στιγμή που άρχισε να ταλαντώνεται μέχρι τη στιγμή που ακινητοποιήθηκε.

δ. Να βρείτε τον αριθμό των σημείων ακυρωτικής συμβολής μεταξύ των K και Z και πάνω στο τμήμα KZ.

α. $r_1=3,5m$, $r_2=6m$, β. 7 λόφοι, γ. $y=0,3\eta\mu 2\pi 2t-3,5$, $1,75s < t < 3s$, δ. τρία ακίνητα σημεία

□A2.30 Δύο πηγές κυμάτων Π_1 , Π_2 ταλαντώνονται κάθετα στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού και δημιουργούν αρμονικά κύματα με εξισώσεις αντίστοιχα:

$$y_1=0,2\eta\mu(2\pi t-\pi x_1+\pi/3) \text{ και } y_2=0,2\eta\mu(2\pi t-\pi x_2) \text{ στο SI.}$$

α. Να βρείτε την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού.

β. Να βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της μεσοκάθετης του ευθυγράμμου τμήματος που ορίζουν οι δύο πηγές.

γ. Σημείο K απέχει αποστάσεις r_1 , r_2 από τις πηγές Π_1 , Π_2 . Ποια πρέπει να είναι η ελάχιστη διαφορά των αποστάσεων r_1-r_2 , ώστε το σημείο K να παραμένει διαρκώς ακίνητο.

δ. Ποια θα έπρεπε να ήταν η ελάχιστη αρχική φάση φ_0 , ($\varphi_0>0$) ταλάντωσης της πηγής Π_1 αντί της $\pi/3$, ώστε στο σημείο K (για το οποίο ισχύει $r_1-r_2=2/3m$) να παρατηρείται ενισχυτική συμβολή.

α. $2m/s$, β. $0,4\pi\sqrt{3}m/s$, γ. $2/3m$, δ. $4\pi/3 \text{ rad}$.

3. Τα στάσιμα κύματα

(Ε) Ερωτήσεις

E3.1 Να συμπληρώσετε τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:

- Στάσιμο κύμα ονομάζεται το αποτέλεσμα συμβολής δύο κυμάτων ίδιας συχνότητας και ίδιου πλάτους που διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο με κατευθύνσεις.
- Το πλάτος ταλάντωσης σε ένα στάσιμο κύμα δεν είναι το ίδιο για όλα τα σημεία αλλά εξαρτάται από τη αυτών.
- Σε ένα στάσιμο κύμα θεωρούμε ότι η αρχή μέτρησης των αποστάσεων ($x=0$) είναι κοιλία. Το μήκος κύματος των κυμάτων που συμβάλλουν είναι λ . Η θέση των κοιλιών προσδιορίζεται από τη σχέση $x=.....$ και των δεσμών από τη σχέση, $x=.....$
- Το στάσιμο δεν είναι κύμα εφόσον δεν μεταφέρει τη..... του.
- Η απόσταση δύο διαδοχικών δεσμών, ή κοιλιών είναι ίση με το του μήκους λ των κυμάτων από τη συμβολή των οποίων προήλθε το στάσιμο.
- Σε μια χορδή στην οποία έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, η ενέργεια μετατρέπεται συνεχώς από ελαστική ενέργεια, όταν η χορδή είναι στιγμιαία ακίνητη, σε κινητική όταν η χορδή διέρχεται από τη θέση και αντίστροφα.

E3.2. Στάσιμο κύμα είναι το αποτέλεσμα συμβολής δύο αρμονικών κυμάτων:

- Ίδιας συχνότητας και ίδιου πλάτους.
- Ίδιας συχνότητας και ίδιου πλάτους, που διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο.
- Ίδιας συχνότητας, ίδιου πλάτους, που διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο με αντίθετες κατευθύνσεις.
- Ίδιας συχνότητας, ίδιου πλάτους, που διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο με ίδιες κατευθύνσεις.

E3.3 Το πλάτος ταλάντωσης του στάσιμου κύματος:

- Είναι ίδιο για κάθε σημείο του ελαστικού μέσου.
- Εξαρτάται από το χρόνο.
- Είναι ανεξάρτητο του πλάτους των κυμάτων που συμβάλλουν.
- Εξαρτάται από τη θέση του σημείου του ελαστικού μέσου.

E3.4 Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών σ' ένα στάσιμο κύμα είναι:

- $\lambda/4$
 - $\lambda/2$
 - $\lambda/3$
 - λ
- όπου λ το μήκος των κυμάτων που συμβάλλουν.

E3.5 Η απόσταση μεταξύ ενός δεσμού και της αμέσως επόμενης κοιλίας σ' ένα στάσιμο είναι:

- $\lambda/4$
 - $\lambda/2$
 - $\lambda/3$
 - λ
- όπου λ το μήκος των κυμάτων που συμβάλλουν.

E3.6 Όλα τα σημεία μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών ενός στάσιμου κύματος έχουν:

- Διαφορετική συχνότητα ταλάντωσης.
- Ίδιο πλάτος.
- Ίδια φάση.
- Ίδια ενέργεια.

E3.7 Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο δημιουργείται στάσιμο κύμα. Τότε:

- Όλα τα σημεία ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος.
- Όλα τα σημεία κάνουν ΓΑΤ.
- Όλα τα σημεία έχουν δυναμική και κινητική ενέργεια.

δ. Όλα τα σημεία διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας.

E3.8 Δύο σημεία μιας χορδής στην οποία έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα βρίσκονται αριστερά και δεξιά από ένα δεσμό και απέχουν απόσταση $\lambda/3$ από αυτόν, όπου λ το μήκος των κυμάτων που συμβάλλουν. Τα σημεία αυτά έχουν:

- α. Διαφορά φάσης π .
- β. Ίδια φάση.
- γ. Ίδια συχνότητα ταλάντωσης.
- δ. Ίδιο πλάτος.

Ποιες από τις προηγούμενες προτάσεις είναι σωστές;

E3.9 Δύο σημεία μιας χορδής στην οποία έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα βρίσκονται αριστερά και δεξιά από μια κοιλία και απέχουν απόσταση $\lambda/6$ από αυτήν, όπου λ το μήκος των κυμάτων που συμβάλλουν. Τα σημεία αυτά έχουν:

- α. Διαφορετικό πλάτος.
- β. Ίδια περίοδο ταλάντωσης.
- γ. Ίδια ενέργεια.
- δ. Ίδια φάση.

Ποιες από τις προηγούμενες προτάσεις είναι σωστές;

E3.10 Δύο σημεία μιας χορδής στην οποία έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα βρίσκονται αριστερά και δεξιά από μια κοιλία και απέχουν απόσταση $\lambda/4$ από αυτήν, όπου λ το μήκος των κυμάτων που συμβάλλουν. Τα σημεία αυτά έχουν:

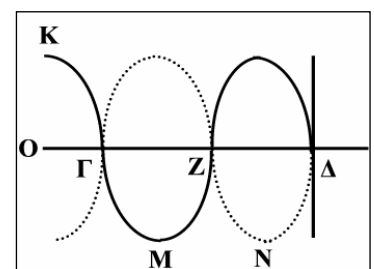
- α. Μέγιστο πλάτος ταλάντωσης.
- β. Διαφορά φάσης, π .
- γ. Ταχύτητα ταλάντωσης συνεχώς μηδέν.
- δ. Διαφορετική ενέργεια.

E3.11 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν και αναφέρονται στα στάσιμα κύματα είναι σωστές ή λανθασμένες;

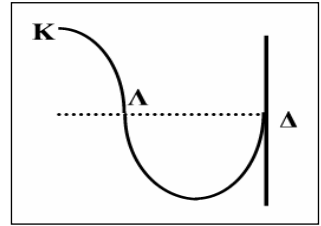
- α. Δεν μεταφέρουν ενέργεια.
- β. Όλα τα σημεία μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών έχουν κάθε χρονική στιγμή την ίδια φάση.
- γ. Όλα τα σημεία μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών ταλαντώνονται με πλάτος $2A$.
- δ. Όλα τα σημεία που είναι εκατέρωθεν ενός δεσμού και απέχουν από αυτόν απόσταση μικρότερη από $\lambda/2$ έχουν κάθε χρονική στιγμή, διαφορά φάσης π .
- ε. Όλα τα σημεία διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.

E3.12 Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι ακραίες θέσεις που παίρνει μια χορδή στην οποία σχηματίζεται στάσιμο κύμα. Τα κύματα που συμβάλλουν έχουν μήκος κύματος λ , πλάτος A και συχνότητα f . Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες και γιατί;

- α. Τα σημεία Γ, Ζ και Δ είναι δεσμοί.
- β. Τα σημεία Κ, Μ, και Ν είναι κοιλίες.
- γ. Οι θέσεις ισορροπίας των Κ και Μ απέχουν μεταξύ τους 1λ .
- δ. Οι δύο ακραίες θέσης ταλάντωσης του Μ απέχουν $2A$.
- ε. Το μήκος της χορδής ΟΔ ισούται με $5\lambda/4$.
- στ. Η διαφορά φάσης των σημείων Μ και Ν είναι μηδενική.
- ζ. Τα σημεία Κ, Μ και Ν έχουν την ίδια ενέργεια ταλάντωσης.



E3.13 Στο σχήμα φαίνονται ένα στιγμιότυπο στάσιμου κύματος που δημιουργείται σε χορδή που είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο από το ένα της άκρο, Δ. Το σημείο Κ είναι κοιλία και βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση, το δε στιγμιότυπο είναι τη χρονική στιγμή $t_0=0$. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σχήμα τα στιγμιότυπα τις χρονικές στιγμές, $t_1=T/4$ και $t_2=T/2$, όπου T η περίοδος ταλάντωσης των σημείων της χορδής.

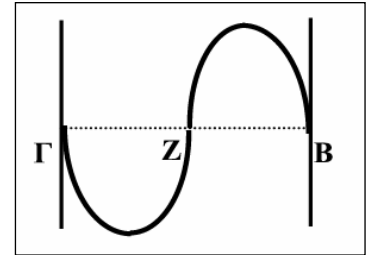


E3.14 Στο διπλανό σχήμα δίνεται το στιγμιότυπο κύματος σε τεντωμένη χορδή, που είναι στερεωμένη και στα δύο της άκρα, τη χρονική στιγμή $t=0$.

I. Να γίνουν τα στιγμιότυπα του κύματος τις χρονικές στιγμές, $T/4$, $T/2$, $3T/4$ και T .

II. Αν τα κύματα που συμβάλλουν έχουν μήκος κύματος λ η απόσταση ΓΒ είναι:

- α. λ β. $\lambda/2$ γ. $3\lambda/2$



Ποια είναι η σωστή απάντηση;

E3.15 Χορδή είναι οριζόντια στερεωμένη και με τα δύο άκρα της σε ακλόνητα σημεία. Στη χορδή παράγονται στάσιμα κύματα και στα δύο άκρα παράγονται δεσμοί. Να σχεδιαστεί από ένα στιγμιότυπο της χορδής στις περιπτώσεις που παράγονται:

α. Μία κοιλία.

β. Τρεις κοιλίες.

Τα στιγμιότυπα που θα κάνετε φροντίστε να έχουν τις κοιλίες στη μέγιστη απομάκρυνσή τους.

E3.16 Χορδή είναι οριζόντια στερεωμένη με το ένα της άκρο σε ακλόνητο σημείο ενώ το άλλο είναι ελεύθερο. Στο ελεύθερο παράγεται κοιλία, στο ακλόνητο δεσμός ενώ συνολικά παράγονται 4 δεσμοί. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ η χορδή είναι οριζόντια και το ελεύθερο άκρο είναι έτοιμο να κινηθεί προς τα πάνω. Να σχεδιαστούν στο ίδιο σχήμα τα στιγμιότυπα τις χρονικές στιγμές:

$t_1=T/4$, $t_2=T/2$, $t_3=3T/4$, $t_4=T$.

E3.17 Σε μια τεντωμένη ομογενή χορδή συμβάλλουν δύο κύματα με εξισώσεις $y_1=A\eta\mu 2\pi(t/T-x/\lambda)$ και $y_2=A\eta\mu 2\pi(t/T+x/\lambda)$.

α. Να αποδειχθεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει.

β. Ποια σημεία της χορδής ονομάζονται δεσμοί και ποια κοιλίες;

γ. Πόσο απέχουν οι δεσμοί και οι κοιλίες από την αρχή των αποστάσεων ($x=0$), αν υποθεθεί ότι αυτή είναι κοιλία.

δ. Πόσο απέχουν μεταξύ τους δύο διαδοχικοί δεσμοί;

ε. Να περιγράψετε τις ενεργειακές μετατροπές που συμβαίνουν στα μόρια ενός ελαστικού μέσου στο οποίο παράγεται στάσιμο κύμα και να αιτιολογήσετε γιατί στο στάσιμο κύμα δεν μεταφέρεται ενέργεια.

E3.18 Σε μια τεντωμένη χορδή που ταυτίζεται με τον άξονα Ox παράγονται στάσιμα κύματα με εξίσωση της μορφής $y=2A\sigma\eta\mu(2\pi x/\lambda)\cdot\eta\mu(2\pi t/T)$. Να αποδείξετε ότι:

α. Όλα τα σημεία που ταλαντώνονται περνούν ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους και φτάνουν ταυτόχρονα στη μέγιστη απομάκρυνσή τους.

β. Οι ταλαντώσεις δύο διαδοχικών κοιλιών έχουν διαφορά φάσης $\Delta\phi=\pi$ rad.

γ. Το σημείο με $x=0$ είναι κοιλία.

δ. Το πρώτο σημείο της χορδής που έχει πλάτος ίσο με A , έχει θέση $x=\lambda/6$.

E3.19 Στάσιμο κύμα έχει εξίσωση $y=0,4\sin(\pi x/3)\cdot\eta\mu\pi t$, (SI).

I. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών του κύματος είναι:

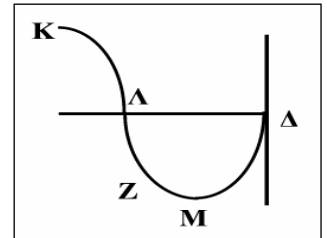
- α. 1m β. 3m γ. 6m δ. 0.75m

II. Ο χρόνος μιας πλήρους ταλάντωσης μια κοιλίας είναι:

- α. π s β. 2s γ. 4s δ. 1s

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E3.20 Στο σχήμα φαίνονται ένα στιγμιότυπο στάσιμου κύματος που δημιουργείται σε χορδή που είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο από το ένα της άκρο, Δ . Το σημείο K είναι κοιλία και βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση. Αν το μήκος κύματος είναι λ και το μήκος της χορδής l και το στιγμιότυπο αυτό είναι τη χρονική στιγμή $t_0=0$, ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές; Να αιτιολογήσετε την κάθε απάντηση.



α. Η σχέση που συνδέει τα l και λ είναι, $l=4\lambda/3$.

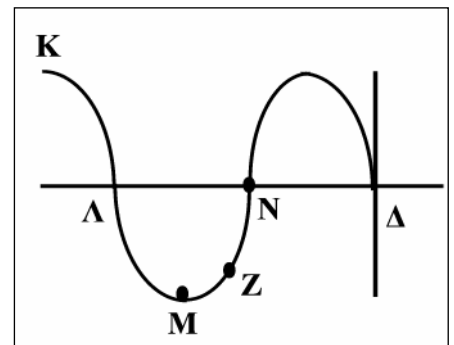
β. Τα σημεία K και Λ απέχουν μεταξύ τους $\lambda/2$.

γ. Τη χρονική στιγμή $t=T/4$ όλα τα σημεία της χορδής έχουν μηδενική απομάκρυνση.

δ. Τα σημεία K και M έχουν διαφορά φάσης π .

ε. Τα σημεία Z και M έχουν διαφορά φάσης ίση με μηδέν.

E3.21 Στο σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο μιας χορδής στην οποία παράγεται στάσιμο κύμα. Το στιγμιότυπο αυτό αντιστοιχεί σε χρονική στιγμή $t_0=0$ και το σημείο K είναι κοιλία και βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνση.



1. Να σχεδιάσετε τα στιγμιότυπα τις χρονικές στιγμές $t_1=T/4$ και $t_2=T/2$.

2. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

α. Την αμέσως επόμενη χρονική στιγμή το σημείο Z θα κινηθεί προς τα πάνω.

β. Το σημείο Λ είναι πάντοτε ακίνητο.

γ. Η διαφορά φάσης των σημείων Z και M είναι μηδέν σε κάθε χρονική στιγμή.

δ. Η απόσταση ΛN είναι ίση με λ .

ε. Τα σημεία M και Z έχουν ίσες κινητικές ενέργειες όταν περνάνε από τη θέση ισορροπίας.

E3.22 Δύο σημεία K και Λ ενός γραμμικού ελαστικού μέσου απέχουν $\Delta x=1\text{m}$ και είναι ο 3ος και 6ος δεσμός αντίστοιχα, στάσιμου κύματος. Αν η ταχύτητα διάδοσης είναι $v=100\text{m/s}$ τότε η συχνότητα του κύματος.

- α. $f=150\text{Hz}$ β. $f=300\text{Hz}$ γ. $f=75\text{Hz}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E3.23 Στάσιμο κύμα δημιουργείται πάνω σε χορδή της οποίας το ένα άκρο είναι ελεύθερο και σχηματίζεται κοιλία, ενώ το άλλο είναι ακλόνητο και σχηματίζεται δεσμός. Στο ελεύθερο άκρο

θεωρείται ότι είναι $x=0$. Η συχνότητα των τρεχόντων κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο είναι $f=100\text{Hz}$, και η απόσταση του 2ου δεσμού από τη 5η κοιλία, είναι $\Delta x=1\text{m}$.

I. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο είναι:

- α. $v=60\text{m/s}$ β. $v=80\text{m/s}$ γ. $v=20\text{m/s}$

II Αν παράγονται συνολικά 5 δεσμοί, το μήκος της χορδής είναι:

- α. 1,6m β. 1,8m γ. 2m

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E3.24 Οι εξισώσεις $y_1=0,5\text{ συν }4\pi x, \eta\mu 10\pi t$ (SI) και $y_2=0,2\text{ συν }2\pi x, \eta\mu 20\pi t$ (SI) περιγράφουν στάσιμα κύματα.

α. Σε ποιο από τα δύο είναι μεγαλύτερη η απόσταση δύο διαδοχικών κοιλιών;

β. Σε ποιο από τα δύο η μέγιστη ταχύτητα μιας κοιλίας είναι μεγαλύτερη;

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E3.25 Τα άκρα μιας χορδής μήκους $\lambda=2\text{m}$ είναι και τα δύο ακλόνητα. Στη χορδή παράγονται στάσιμα κύματα από δύο κύματα μήκους $\lambda=0,5\text{m}$ που συμβάλλουν. Ο αριθμός των δεσμών στη χορδή, μαζί με τα άκρα είναι:

- α. 5 β. 7 γ. 9

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E3.26 Χορδή μήκους $\lambda=7/8\text{m}$ είναι στερεωμένη στο ένα άκρο της σε ακλόνητο σημείο ενώ το άλλο είναι ελεύθερο. Στη χορδή δημιουργούνται στάσιμα κύματα από δύο κύματα μήκους $\lambda=0,5\text{m}$ που συμβάλλουν και στο ελεύθερο άκρο υπάρχει πάντοτε κοιλία. Ο αριθμός των κοιλιών στη χορδή είναι:

- α. 4 β. 5 γ. 6

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E3.27 Κατά μήκος μιας χορδής δημιουργείται στάσιμο κύμα. Δύο σημεία K και Λ της χορδής απέχουν απόσταση $d=5\lambda/2$, όπου λ το μήκος των κυμάτων που συμβάλλουν. Η διαφορά φάσης των ΑΑΤ των σημείων είναι:

- α. $\Delta\phi=0\text{ rad}$ β. $\Delta\phi=\pi\text{ rad}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E3.28 Σε μια χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης μιας κοιλίας είναι 2m/s , ενώ η μέγιστη αντίστοιχη επιτάχυνση 5m/s^2 . Το πλάτος των κυμάτων που συμβάλλουν είναι:

- α. 0,1m β. 0,2m γ. 0,4m

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E3.29 Κατά μήκος μιας χορδής συμβάλλουν δύο κύματα μήκους λ , πλάτους, A και δημιουργείται στάσιμο κύμα. Σημείο X της χορδής έχει πλάτος ταλάντωσης $A'=A$ και απέχει από τον πλησιέστερο προς αυτό δεσμό απόσταση:

- α. $\lambda/6$ β. $\lambda/12$ γ. $\lambda/24$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E3.30 Κατά μήκος μιας χορδής συμβάλλουν δύο σύγχρονα κύματα μήκους λ , και δημιουργείται στάσιμο κύμα. Δύο σημεία της χορδής τα K και λ είναι τα πλησιέστερα μεταξύ τους που

ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος, έχουν διαφορά φάσης $\Delta\phi=\pi$ rad, βρίσκονται προς την ίδια πλευρά ενός δεσμού, Δ από τον οποίο απέχουν τις ελάχιστες δυνατές αποστάσεις για τέτοια σημεία, $\Delta K=0,5\text{m}$ και $\Delta\Lambda=1,1\text{m}$. Το μήκος κύματος των κυμάτων που συμβάλλουν είναι:

α. $\lambda=0,8\text{m}$

β. $\lambda=1,2\text{m}$

γ. $\lambda=1,6\text{m}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E3.31 Σε χορδή μήκους $\lambda=3\text{m}$, που είναι στερεωμένη με τα δύο άκρα της σε ακλόνητα σημεία, παράγονται στάσιμα κύματα με δεσμούς και στα δύο άκρα. Αν στη χορδή σχηματίζονται συνολικά τέσσερις δεσμοί και η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι $v=0,4\text{m/s}$, τότε η συχνότητα ταλάντωσης θα είναι:

α. $0,5\text{Hz}$

β. 100Hz ,

γ. $0,2\text{Hz}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

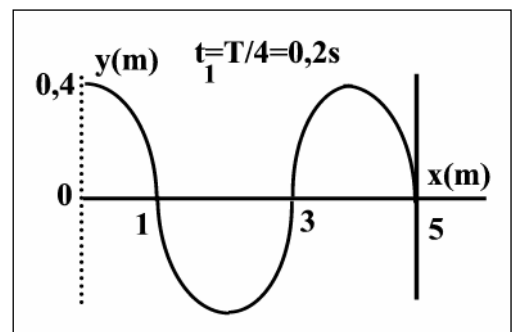
E3.32 Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=T/4=0,2\text{s}$, πάνω σε μια χορδή μήκους $\lambda=5\text{m}$, ($0<x<5\text{m}$). Όλα τα σημεία της χορδής βρίσκονται σε μέγιστη απομάκρυνση.

α. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.

β. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της επιτάχυνσης των σημείων της χορδής σε σχέση με την απόσταση, x .

γ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας των σημείων της χορδής σε σχέση με την απόσταση, x για τη χρονική στιγμή $t_2=0,4\text{s}$.

δ. Να σχεδιάσετε σε κοινά διαγράμματα τις γραφικές παραστάσεις της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας όλων των σημείων της χορδής τις χρονικές στιγμές $t_1=0,2\text{s}$ και $t_2=0,4\text{s}$.



E3.33 Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=T/4=0,1\text{s}$. Όλα τα σημεία της χορδής έχουν μέγιστη δυναμική ενέργεια. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

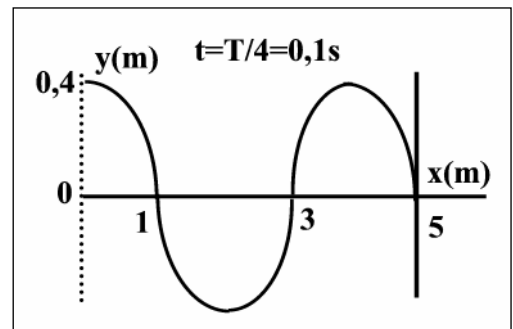
α. Το μήκος των κυμάτων που συμβάλλουν είναι $\lambda=4\text{m}$.

β. Το σημείο $x=3\text{m}$, τη χρονική στιγμή $t_2=T/2$, θα έχει απομάκρυνση, $x=+0,4\text{m}$.

γ. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο είναι, $v=10\text{m/s}$.

δ. Τα σημεία με $x_1=2\text{m}$ και $x_2=4\text{m}$ έχουν διαφορά φάσης $\Delta\phi=\pi$ rad.

ε. Το σημείο $x=0$, περνάει 10 φορές από τη θέση ισορροπίας του σε χρονικό διάστημα $\Delta t=2\text{s}$.



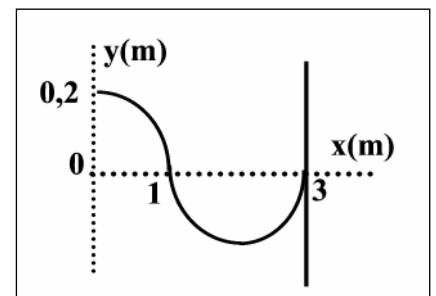
E3.34 Στάσιμο κύμα έχει εξίσωση $y=0,4\text{sin}(2\pi x/\lambda)\cdot\eta\mu 2\pi t$, (SI).

Το στιγμιότυπο που φαίνεται στο σχήμα είναι κάποια χρονική στιγμή t_1 , που είναι η πρώτη φορά που το σημείο $x=0$ περνάει από τη θέση αυτή, ενώ στη χορδή σχηματίζεται στάσιμο κύμα.

Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

α. Η χρονική στιγμή t_1 ισούται με $1/12\text{s}$.

β. Το σημείο, $x_1=3\text{m}$, τη χρονική στιγμή $t_2=1/6\text{s}$ θα έχει

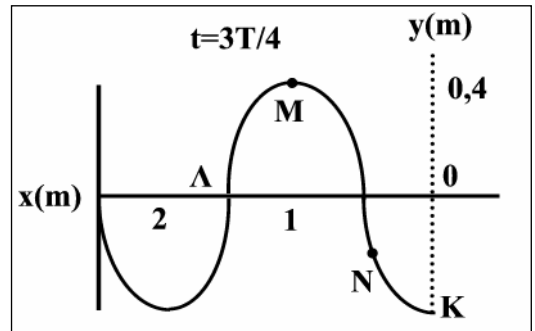


απομάκρυνση μεγαλύτερη από $y=0,2\text{m}$.

γ. Το μήκος κύματος των κυμάτων που συμβάλλουν είναι $\lambda=2\text{m}$.

δ. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου $x=0,5\text{m}$ είναι, $v=0,4\sqrt{2}\pi\text{ m/s}$.

E3.35 Η ελαστική ράβδος του σχήματος αποτελείται από στοιχειώδεις μάζες $m=2\cdot 10^{-6}\text{kg}$ και είναι στερεωμένη με το ένα άκρο της σε ακλόνητο σημείο. Στη ράβδο παράγονται στάσιμα κύματα και στο σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή $t=3T/4=0,25\text{s}$. Όλα τα σημεία της χορδής βρίσκονται σε μέγιστη απομάκρυνση. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



α. Όλα τα σημεία της χορδής στο στιγμιότυπο αυτό έχουν μηδενική κινητική ενέργεια.

β. Τη χρονική στιγμή $t_2=T$, η στοιχειώδης μάζα που βρίσκεται στο σημείο M θα έχει κινητική ενέργεια ίση με $K=576\cdot 10^{-7}\text{J}$.

γ. Οι στοιχειώδεις μάζες που βρίσκονται στα σημεία M και N έχουν συνεχώς ίσες ενέργειες.

δ. Τη στιγμή που η στοιχειώδης μάζα στο σημείο M έχει μέγιστη δυναμική ενέργεια, η αντίστοιχη στο σημείο Λ έχει μέγιστη κινητική και αντίστροφα.

ε. Τη χρονική στιγμή $t=1/3\text{s}$ όλα οι στοιχειώδεις μάζες, εκτός από αυτές που βρίσκονται στους δεσμούς, θα έχουν μέγιστη κινητική ενέργεια, η οποία όμως δεν θα έχει ίδια τιμή για όλες.

E3.36 Σε χορδή που είναι στερεωμένη μόνο στο ένα άκρο της συμβάλλουν δύο κύματα με μήκος κύματος $\lambda=2\text{m}$ και παράγεται στάσιμο κύμα. Στο ελεύθερο άκρο της χορδής δημιουργείται κοιλία.

I. Το ελάχιστο μήκος της χορδής για να είναι δυνατή η δημιουργία στάσιμου κύματος είναι:

α. $\lambda=1\text{m}$

β. $\lambda=2\text{m}$

γ. $\lambda=0,5\text{m}$

II. Αν η χορδή είναι $\lambda=8,5\text{m}$ και το $\lambda=2\text{m}$ σχηματίζονται συνολικά:

α. 8 δεσμοί

β. 7 δεσμοί

γ. 9 δεσμοί

III. Αν η χορδή είναι $\lambda=8,5\text{m}$ και το $\lambda=2\text{m}$ τότε μεταξύ των θέσεων $x_1=2\text{m}$ και $x_2=6,25\text{m}$ υπάρχουν:

α. 4 δεσμοί

β. 5 δεσμοί

γ. 6 δεσμοί

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E3.37 Τα κύματα που διαδίδονται σε ένα ελαστικό μέσο έχουν ταχύτητα $v=1000\text{m/s}$ και η συχνότητά τους κυμαίνεται από 1200Hz έως 1800Hz . Αν δύο σημεία του μέσου είναι δεσμοί και απέχουν απόσταση $\lambda=1\text{m}$, τότε, η ακριβής συχνότητα του κύματος είναι:

α. 1400Hz

β. 1500Hz

γ. 1600Hz

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

E3.38 Σε μια χορδή στην οποία σχηματίζονται στάσιμα κύματα, τα τρέχοντα κύματα που συμβάλλουν έχουν πλάτος A και μήκος κύματος λ . Δύο σημεία K και Λ απέχουν από τον ίδιο δεσμό αποστάσεις $\lambda/3$ και $\lambda/6$ αντιστοίχως.

I. Τα K και Λ ταλαντώνονται με διαφορά φάσης:

α. 0

β. $\pi\text{ rad}$

γ. 0 ή $\pi\text{ rad}$

II. Το πλάτος ταλάντωσης των σημείων K και Λ είναι:

α. $A'=A$

β. $A'=A\sqrt{3}$

γ. $A'=A\sqrt{3}/2$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Α) Ασκήσεις και προβλήματα

A3.1 Στάσιμο κύμα σχηματίζεται κατά μήκος του άξονα Ox που ταυτίζεται με γραμμικό ελαστικό μέσο και έχει εξίσωση $y=20\sigma\sigma\sigma(\pi x/3)\eta\mu 20\pi t$, (x σε cm , t σε s). Στη αρχή του άξονα, O , ($x=0$) σχηματίζεται κοιλία. Να υπολογιστούν:

α. Το πλάτος, η συχνότητα και η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων από τη συμβολή των οποίων προέκυψε το στάσιμο.

β. Η απόσταση δύο διαδοχικών κοιλιών.

γ. Η θέση του πέμπτου δεσμού.

δ. Το πλήθος των δεσμών μεταξύ των θέσεων $x_1=3cm$ και $x_2=12cm$.

α. $10cm$, $10Hz$, $60cm/s$, β. $3cm$, γ. $13,5cm$, 3 δεσμοί

A3.2 Σημειακή ηχητική πηγή ταλαντώνεται με εξίσωση απομάκρυνσης $y=0,03\cdot\eta\mu 720\pi t$, στο S.I. Ο ήχος που παράγεται προσπίπτει κάθετα σε κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται κάθετα, χωρίς να μεταβληθεί κανένα χαρακτηριστικό του, με αποτέλεσμα να δημιουργείται στάσιμο κύμα. Η απόσταση μιας τυχαίας κοιλίας και του 5ου δεσμού από αυτήν είναι $d=2m$. Να υπολογιστούν:

α. Το μήκος κύματος, λ .

β. Η ταχύτητα, v , του ήχου.

γ. Η εξίσωση του στάσιμου κύματος.

α. $8/9m$, β. $320m/s$, γ. $y=0,06\sigma\sigma\sigma(9\pi x/4)\eta\mu(720\pi t)$ στο S.I.

A3.3 Στάσιμο κύμα παράγεται κατά μήκος ενός ελαστικού μέσου που ταυτίζεται με τον άξονα Ox . Στην αρχή του άξονα, $x=0$, σχηματίζεται κοιλία. Δύο διαδοχικές κοιλίες απέχουν μεταξύ τους $40cm$, ενώ η εξίσωση απομάκρυνσης μιας κοιλίας είναι $y=10\eta\mu 8\pi t$, το y σε cm , το t σε s . Να υπολογιστούν οι εξισώσεις του στάσιμου και των τρεχόντων κυμάτων που το δημιούργησαν.

$$y=10\sigma\sigma\sigma(\pi x/40)\eta\mu 8\pi t, y_{1,2}=5\eta\mu 2\pi(4t\pm x/80), (y,x \text{ σε } cm, t \text{ σε } s)$$

A3.4 Τα δύο άκρα μιας χορδής μήκους $0,4m$ είναι στερεωμένα σε ακλόνητα σημεία. Προκαλούμε κατά μήκος της χορδής κύμα, που συμβάλλει με το ανακλώμενο στο ακλόνητο άκρο και προκαλεί στάσιμο κύμα. Αν ο αριθμός των κοιλιών που σχηματίζονται είναι 10 και η συχνότητα του αρχικού κύματος είναι $100Hz$, να υπολογίσετε την ταχύτητα του αρχικού κύματος.

$$v=8m/s$$

A3.5 Τεντωμένη χορδή, OZ , μήκους $\lambda=1,5m$ είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο στο ένα άκρο της Z ενώ το άλλο άκρο της O είναι ελεύθερο. Το άκρο O θεωρείται ως αρχή των αποστάσεων με $x=0$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ έχει $y=0$ και κινείται κατά τη θετική φορά. Πάνω στη χορδή παράγονται λόγω ανάκλασης στο σημείο Z , στάσιμα κύματα και στο O δημιουργείται κοιλία. Τα κύματα που συμβάλλουν πάνω στη χορδή έχουν συχνότητα $f=6Hz$ και διαδίδονται με ταχύτητα $v=4m/s$.

α. Πόσοι δεσμοί και πόσες κοιλίες σχηματίζονται πάνω στη χορδή;

β. Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της συχνότητας των κυμάτων ώστε στην ίδια χορδή να παράγονται στάσιμα κύματα;

α. 5 δεσμοί και 5 κοιλίες, β. $f_{min}=2/3Hz$

A3.6 Σκοινί, $O\Delta$, είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο στο ένα άκρο του Δ , ενώ το άλλο άκρο του O είναι ελεύθερο. Το άκρο O θεωρείται ως αρχή των αποστάσεων με $x=0$. Πάνω στο σκοινί παράγονται λόγω ανάκλασης στο σημείο Δ , στάσιμα κύματα και στο O δημιουργείται κοιλία. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ έχει $y=0$ και κινείται κατά τη θετική φορά. Όταν η συχνότητα ταλάντωσης του

σημείου Ο είναι $f_1=500\text{Hz}$ τότε στο σκοινί σχηματίζονται 3 δεσμοί. Πόσοι δεσμοί θα σχηματίζονται αν η συχνότητα ταλάντωσης του Ο γίνει $f_2=1100\text{Hz}$;

6 δεσμοί

A3.7 Μια χορδή που εκτείνεται κατά μήκος του άξονα Οx ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση $y=10\cdot\sigma\upsilon\upsilon(2\pi x/3)\eta\mu 50\pi t$, (τα x και y σε cm, το t σε s). Στο σημείο Ο θεωρούμε ότι $x=0$. Να υπολογιστούν:

- Το πλάτος και η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων από το οποίο προέκυψε το στάσιμο.
- Η θέση, x_1 , της τέταρτης κοιλάδας.
- Η θέση x_2 , του έκτου δεσμού.
- Η ταχύτητα που έχει τη χρονική στιγμή $t=4,9\text{s}$, ένα σημείο της χορδής με $x_3=3\text{cm}$.

α. $A=5\text{cm}$, $v=75\text{m/s}$, β. $4,5\text{cm}$, γ. $8,25\text{cm}$, δ. $v=-500\pi\text{ cm/s}$

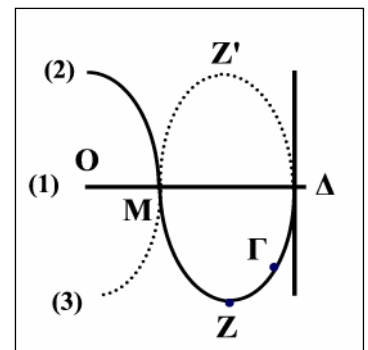
A3.8 Δύο κύματα με εξισώσεις απομάκρυνσης $y_1=10\eta\mu(\pi t-\pi x/3)$ και $y_2=10\eta\mu(\pi t+\pi x/3)$ (τα y, x σε cm, το t σε s) τρέχουν στο ίδιο γραμμικό ελαστικό μέσο, συμβάλλουν και δίνουν στάσιμο κύμα. Το γραμμικό μέσο είναι μια ελαστική λεπτή ράβδος που είναι στερεωμένη ακλόνητα μόνο στο ένα της άκρο και στο ελεύθερο άκρο της, Ο, θεωρείται ότι είναι η αρχή των αποστάσεων με $x=0$. Στο σημείο Ο δημιουργείται κοιλάδα. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ έχει $y=0$ και κινείται κατά τη θετική φορά. Να υπολογιστούν:

- Η ταχύτητα διάδοσης του κάθε τρέχοντος κύματος.
- Η εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει.
- Το πλάτος της ταλάντωσης σημείου Μ, με $x_M=15\text{cm}$.
- Η εξίσωση της στιγμιαίας ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων της ράβδου.
- Το μήκος λ της ράβδου, αν παράγονται πάνω της 10 δεσμοί συνολικά.

α. 3cm/s , β. $y=20\sigma\upsilon\upsilon(\pi x/3)\eta\mu\pi t$, β. $A_M'=20\text{cm}$, γ. $v=20\pi\sigma\upsilon\upsilon(\pi x/3)\sigma\upsilon\upsilon\pi t$, δ. $28,5\text{cm}$

A3.9 Στο σχήμα φαίνονται τρία στιγμιότυπα στάσιμου κύματος. Το (1) στη χρονική στιγμή $t_0=0$, το (2) στην $t_2=T/4$, και το (3) στην $t_3=3T/4$, όπου $T=0,4\text{s}$, η περίοδος ταλάντωσης των μορίων της χορδής. Δίνονται οι αποστάσεις που φαίνονται στο σχήμα, $Ο\Delta=0,3\text{m}$, $ΖΖ'=0,08\text{m}$ και στο σημείο Ο θεωρείται ότι $x=0$. Να υπολογιστούν:

- Η ταχύτητα διάδοσης και το πλάτος των κυμάτων που συμβάλλουν πάνω στη χορδή.
- Η εξίσωση του στάσιμου κύματος,
- Η μέγιστη απομάκρυνση του σημείου Γ, ($x_\Gamma=0,25\text{m}$) από τη θέση ισοροπίας του.
- Η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Γ τη χρονική στιγμή $t=0,1\text{s}$.
- Η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων Ζ και Γ.



α. 1m/s , $0,02\text{m}$, β. $y=0,04\sigma\upsilon\upsilon 5\pi x,\eta\mu 5\pi t$, (S.I), γ. $y=0,02\sqrt{2}\text{m}$, δ. $v=0$, ε. $\Delta\phi=0$

□A3.10 Δύο κύματα διαδίδονται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου μεγάλου μήκους και περιγράφονται από τις εξισώσεις $y_1=15\eta\mu\pi(40t-x/20)$, $y_2=15\eta\mu\pi(40t+x/20)$, (x,y σε cm, t σε s). Το γραμμικό μέσο είναι μια ελαστική λεπτή ράβδος που είναι στερεωμένη ακλόνητα μόνο στο ένα της άκρο και στο ελεύθερο άκρο της, Ο, θεωρείται ότι είναι η αρχή των αποστάσεων με $x=0$. Στο σημείο

Ο δημιουργείται κοιλία. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ έχει $y=0$ και κινείται κατά τη θετική φορά. Να υπολογιστούν:

α. Η συχνότητα, το μήκος κύματος και ταχύτητα διάδοσης των δύο κυμάτων.

β. Οι θέσεις των τριών πρώτων δεσμών που βρίσκονται στο θετικό μέρος του άξονα x/Ox πλησιέστερα προς τη θέση $x=0$.

γ. Τη μέγιστη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας σημείου της χορδής που βρίσκεται στη θέση $x=0,85m$.

δ. Σε πόση απόσταση από ένα δεσμό του στάσιμου, ένα σημείο της χορδής ταλαντώνεται με πλάτος ίσο με $15cm$.

$$α. 20Hz, 40cm, 8m/s, β. 10cm, 30cm, 50cm, γ. 15\sqrt{2}cm, δ. 10/3cm$$

□A3.11 Δύο κύματα διαδίδονται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου μεγάλου μήκους με αντίθετες κατευθύνσεις. Το κύμα που οδεύει προς την αρνητική κατεύθυνση περιγράφεται από την εξίσωση $y=0,03\eta\mu\pi(100t+25x/3)$, (SI). Το γραμμικό μέσο είναι μια ελαστική λεπτή ράβδος που είναι στερεωμένη ακλόνητα μόνο στο ένα της άκρο και στο ελεύθερο άκρο της, O, θεωρείται ότι είναι η αρχή των αποστάσεων με $x=0$. Στο σημείο O δημιουργείται κοιλία. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ έχει $y=0$ και κινείται κατά τη θετική φορά. Δίνεται $\pi^2=10$.

α. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.

β. Να γράψετε την εξίσωση επιτάχυνσης της ταλάντωσης ενός σημείου της ράβδου με $x=+48cm$.

γ. Να βρείτε τον αριθμό των κοιλιών του στάσιμου που περιέχονται μεταξύ ενός τυχαίου δεσμού και ενός άλλου σημείου της χορδής, τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση $\Delta x=1m$.

δ. Να βρείτε το πλήθος των σημείων που δεν είναι κοιλίες, ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος και βρίσκονται μεταξύ του O και του K όπου $x_K=54cm$;

$$α. y=0,06\sigma\upsilon\nu(25\pi x/3)\cdot\eta\mu 100\pi t \text{ (SI)}, β. a=-6\cdot 10^3\eta\mu 100\pi t \text{ (SI)}, γ. 8 \text{ κοιλίες}, δ. 9 \text{ σημεία}$$

□A3.12 Τεντωμένο οριζόντιο σχοινί OA μήκους L εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x. Το άκρο του A είναι στερεωμένο ακλόνητα στη θέση $x=L$, ενώ το άκρο του O στη θέση $x=0$ είναι ελεύθερο, έτσι ώστε με κατάλληλη διαδικασία να δημιουργείται στάσιμο κύμα με 5 συνολικά κοιλίες. Στη θέση $x=0$ εμφανίζεται κοιλία και το σημείο εκτελεί AAT. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ έχει $y=0$ και κινείται κατά τη θετική φορά. Η απόσταση των ακραίων θέσεων ταλάντωσης αυτού του σημείου είναι $0,1m$. Το συγκεκριμένο σημείο περνάει από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές κάθε δευτερόλεπτο και απέχει κατά τον άξονα x από τον πλησιέστερο δεσμό απόσταση $0,1m$.

α. Να βρείτε την περίοδο του κύματος, T.

β. Να υπολογίσετε το μήκος L.

γ. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου O με $x=0$, κατά τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας είναι $y=0,03m$. (3^ο ΘΕΜΑ ΠΑΝ/ΚΩΝ 2004)

$$α. 1/5s \text{ β. } 0,9m, \text{ γ. } y=0,05\sigma\upsilon\nu(5\pi x)\cdot\eta\mu 10\pi t \text{ στο SI}, \text{ δ. } 0,4\pi m/s.$$

□A3.13 Κατά μήκος μιας ελαστικής χορδής η οποία συμπίπτει με τον άξονα Ox δημιουργείται στάσιμο κύμα το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση, $y=8\sigma\upsilon\nu(\pi x/6)\eta\mu 8\pi t$ (x και y σε cm , t σε s).

α. Να προσδιορίσετε τη θέση των 4 πρώτων σημείων της χορδής τα οποία ταλαντώνονται με πλάτος $4cm$.

β. Να υπολογίσετε την απόσταση του κάθε σημείου του (α) ερωτήματος από τον πλησιέστερο προς αυτό δεσμό.

γ. Να υπολογίσετε τις διαφορές φάσης μεταξύ του πρώτου και του δεύτερου και του πρώτου και του τέταρτου κατά σειρά σημείου του (α) ερωτήματος.

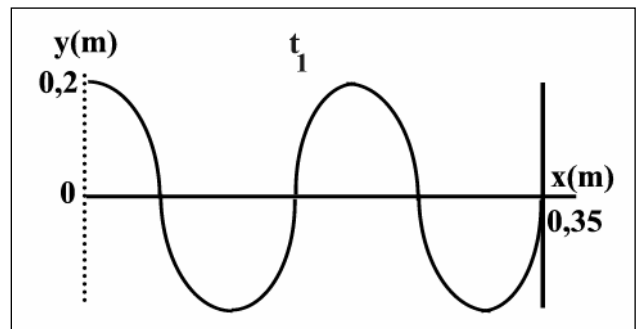
$$\alpha. 2\text{cm}, 4\text{cm}, 8\text{cm}, 10\text{cm}, \beta. 1\text{cm}, \gamma. \Delta\phi_{1,2}=\pi \text{ rad}, \Delta\phi_{1,4}=0$$

□A3.14 Κατά μήκος ράβδου στερεωμένης με το ένα άκρο της σε ακλόνητο σημείο Μ παράγονται τρέχοντα κύματα μήκους κύματος $\lambda=12\text{cm}$. Λόγω ανάκλασης στο Μ παράγονται στη ράβδο στάσιμα κύματα με δεδομένο ότι στο ελεύθερο άκρο της ράβδου Ο, σχηματίζεται κοιλία.

Σε πόση απόσταση εκατέρωθεν ενός δεσμού του στάσιμου κύματος υπάρχουν σημεία στα οποία η ταλάντωση έχει πλάτος ίσο προς το πλάτος του κάθε τρέχοντος κύματος.

$$d=\pm \frac{\lambda}{12} =\pm 1\text{cm}$$

□A3.15 Το οριζόντιο σχοινί ΟΑ μήκους L εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x . Το άκρο του Α είναι στερεωμένο ακλόνητα στη θέση $x=L=0,35\text{m}$, ενώ το άκρο του Ο στη θέση $x=0$ είναι ελεύθερο, έτσι ώστε με κατάλληλη διαδικασία να δημιουργείται στάσιμο κύμα. Στη θέση $x=0$ εμφανίζεται κοιλία και το σημείο εκτελεί ΑΑΤ με συχνότητα $f=20\text{Hz}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ έχει $y=0$ και κινείται κατά τη θετική φορά. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο του στάσιμου τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης των σημείων του σχοινοῦ είναι ίση με την κινητική και το σημείο Ο κινείται προς τη μέγιστη θετική απομάκρυνση.



α. Να βρεθεί η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στο σχοινί.

β. Να σχεδιαστεί στιγμιότυπο της χορδής τη χρονική στιγμή t_2 που το Ο περνάει για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του μετά τη χρονική στιγμή t_1 .

γ. Να βρεθεί η χρονική διαφορά των στιγμών t_2-t_1 .

δ. Να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου.

ε. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητα του σημείου Ζ με $x_Z=2/3\text{m}$ εκείνη τη χρονική στιγμή που διέρχεται από το μέσο της απόστασης μεταξύ της θέσης ισορροπίας και της μέγιστης θετικής απομάκρυνσης.

$$\alpha. v=4\text{m/s}, \gamma. t_2-t_1=3/160\text{s}, \delta. y=0,2\sqrt{2}\sin\mu 10\pi x\eta\mu 40\pi t \text{ (SI)}, \epsilon. v=2\sqrt{6}\pi \text{ m/s}$$

□A3.16 Δύο εγκάρσια κύματα μήκους $\lambda=4\text{cm}$, συχνότητας $f=2\text{Hz}$ και πλάτους $A=2\text{cm}$ διαδίδονται πάνω στην ίδια ευθεία σε αντίθετες κατευθύνσεις και ξεκινούν από δύο σημεία Κ και Λ που είναι σύγχρονες πηγές των κυμάτων απέχουν μεταξύ τους απόσταση, $ΚΛ=16\text{cm}$. Λαμβάνουμε ως αρχή των χρόνων τη στιγμή που τα δύο κύματα φθάνουν στο μέσον Ο, της ΚΛ, το οποίο ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος. Για την ταλάντωση του σημείου Ο θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή $t=0$, $y=0$ και $v>0$.

α. Να γράψετε τις εξισώσεις των δύο τρεχόντων κυμάτων και την εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει.

β. Να υπολογίσετε τον αριθμό των δεσμών και των κοιλιών που δημιουργούνται μεταξύ των σημείων Κ και Λ συμπεριλαμβανομένων και των σημείων αυτών.

γ. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης και την εξίσωση ταχύτητας για ένα σημείο που βρίσκεται στην πρώτη κοιλία δεξιά από το Ο.

$$\alpha. y_1=2\eta\mu 2\pi(2t-x/4), y_2=2\eta\mu 2\pi(2t+x/4), y=4(\sin\pi x/2)\cdot\eta\mu 4\pi t, (x,y \text{ σε cm}, t \text{ σε s})$$

$$\beta. 8 \text{ δεσμοί}, 9 \text{ κοιλίες}, \gamma. y=4\eta\mu 4\pi t, v=16\pi\sin 4\pi t$$

□A3.17 Κατά μήκος ενός γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου που εκτείνεται στη διεύθυνση x/Ox δημιουργείται στάσιμο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση $y=8\sin(0,1\pi x)\eta\mu(10\pi t)$, (x και y σε cm , t σε s). Το σημείο O με $x=0$ ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος.

α. Πόσες κοιλίες σχηματίζονται μεταξύ δύο σημείων K και Λ που βρίσκονται σε θέσεις $x_K=-25cm$ και $x_\Lambda=+25cm$.

β. Να γράψετε τις εξισώσεις των τρεχόντων κυμάτων τα οποία με τη συμβολή τους δημιουργούν το στάσιμο κύμα.

α. 5 κοιλίες, β. $y_{12}=4\eta\mu 2\pi(5t\pm x/20)$ (x και y_{12} σε cm , t σε s)

□A3.18 Στα σημεία A και B ενός ελαστικού μέσου απέχουν απόσταση $AB=8cm$. Στην ευθεία AB διαδίδονται δύο κύματα με αντίθετες κατευθύνσεις που φτάνουν ταυτόχρονα στο μέσο M και το αναγκάζουν να κινηθεί προς τα πάνω. Ως θετική φορά θεωρείται από το M προς το B και ως αρχή του άξονα το σημείο M . Τα δύο κύματα έχουν ίδια πλάτη, συχνότητα και ταχύτητα διάδοσης. Το αποτέλεσμα της συμβολής των δύο κυμάτων είναι ένα στάσιμο κύμα και διαπιστώνουμε ότι:

i) Τα A και B είναι κοιλίες. ii) Μεταξύ των A και B υπάρχουν 3 κοιλίες. iii) Ο χρόνος που χρειάζεται για να κινηθεί το σημείο μιας κοιλίας από το ένα πλάτος στο άλλο είναι $1s$. iv) Οι ακραίες θέσεις μιας κοιλίας απέχουν $20cm$.

Να υπολογιστούν:

α. Το πλάτος, η ταχύτητα το μήκος κύματος λ των κυμάτων που συμβάλλουν.

β. Να γραφούν οι εξισώσεις των κυμάτων που συμβάλλουν και η εξίσωση του στάσιμου αν ληφθεί ως $t_0=0$ η στιγμή που τα κύματα φτάνουν στο M .

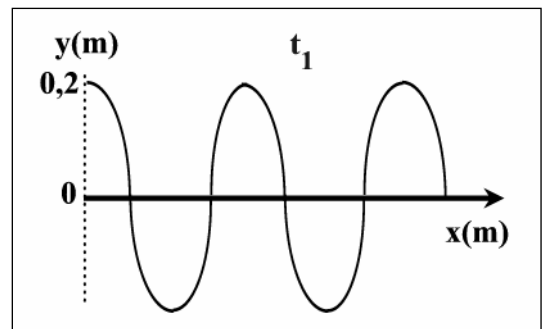
γ. Να γραφούν οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση ενός σημείου Σ στο οποίο $x_\Sigma=2cm$.

δ. Να γίνει η γραφική παράσταση $y=f(t)$ για το Λ στο χρονικό διάστημα $0:t:3s$.

ε. Πόση πρέπει να είναι η συχνότητα των κυμάτων που συμβάλλουν αν θέλαμε τα A και B να ήταν δεσμοί και μεταξύ τους να υπήρχαν δύο κοιλίες.

α. $A=5cm$, $\lambda=4cm$, $v=2cm/s$, β. $y=10\sin\pi x/2\eta\mu\pi t$ (x,y σε cm , t σε s),
 γ. $y_\Sigma=5\eta\mu(\pi t+\pi)$, $0\leq t\leq 1s$, και $y_\Sigma=-10\eta\mu\pi t$, $1s\leq t\leq 3s$. ε. $0,25Hz$

□A3.19 Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή t_1 , όπου όλα τα σημεία βρίσκονται στη μέγιστη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας τους. Όσα σημεία της χορδής κινούνται, ταλαντώνονται με συχνότητα $f=0,25Hz$ και δύο διαδοχικά ακίνητα σημεία απέχουν μεταξύ τους $6m$. Θεωρούμε ότι η αρχή του άξονα, $x=0$, τη χρονική στιγμή $t_0=0$, έχει μηδενική απομάκρυνση λόγω των δύο κυμάτων που συμβάλλουν και κινείται κατά τη θετική φορά.



α. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.

β. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων στιγμιότυπα του στάσιμου της χρονικές στιγμές $t_2=(t_1+1s)$ και $t_3=(t_1+2)s$.

γ. Να γράψετε τις εξισώσεις απομάκρυνσης για δύο σημεία K και Λ με $x_K=13,5m$ και $x_\Lambda=67,5m$ αντίστοιχα.

δ. Πόσοι δεσμοί και πόσες κοιλίες σχηματίζονται μεταξύ των σημείων K και Λ ;

α. $y=0,2\sin(\pi x/6)\eta\mu(\pi t/2)$, (SI), γ. $y_K=0,1\sqrt{2}\eta\mu(\pi t/2)$, $y_\Lambda=0,1\sqrt{2}\eta\mu(\pi t/2+\pi)$, δ. 9 δεσμοί. 9 κοιλίες

