1. Αμείωτες μηχανικές απλές αρμονικές ταλαντώσεις

(Ε) Ερωτήσεις

Ε1.1 Να συμπληρώσετε τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:
α. Περίοδος Τ ενός περιοδικού φαινομένου λέγεται ο ……… που χρειάζεται για να πραγματοποιηθεί το φαινόμενο μια φορά.
β. Συχνότητα, f ενός περιοδικού φαινομένου λέγεται το φυσικό μέγεθος που εκφράζεται με το πηλίκο του αριθμού Ν των …………….. του φαινομένου προς το ……….. μέσα στον οποίο πραγματοποιήθηκαν.
δ. Απλή αρμονική ταλάντωση λέγεται η ταλάντωση που πραγματοποιεί ένα σώμα όταν η τροχιά του είναι ευθεία γραμμή και η απομάκρυνσή του είναι ……………… συνάρτηση του χρόνου.
δ. Το 1Hz εκφράζει τη ………….. ενός αρμονικού ταλαντωτή, ο οποίος σε χρόνο …. πραγματοποιεί μια πλήρη ταλάντωση.
ε. Σε κάθε πλήρη ταλάντωση το σώμα περνάει …….. φορές από τη θέση ισορροπίας.

Ε1.2 Η περίοδος περιστροφής:
i. του δευτερολεπτοδείκτη του ρολογιού είναι: α. 1min, β. 1s, γ. 60min
ii. του λεπτοδείκτη του ρολογιού είναι: α. 1min, β. 60min, γ. 12h
iii. του ωροδείκτη του ρολογιού είναι: α. 24h, β. 1h, γ. 12h

Ε1.3 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με περίοδο, Τ=0,5s. Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ είναι:

α. 2πrad/s β. 4πrad/s γ. 0,5πrad/s

Ε1.4 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με συχνότητα f=10Hz. Σε χρόνο 2s έχει κάνει:

α. 10 ταλαντώσεις β. 20 ταλαντώσεις γ. 5 ταλαντώσεις

Ε1.5 Υλικό σημείο κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο Τ=2s. Σε χρονικό διάστημα Δt=20s, θα περάσει από τη θέση ισορροπίας του

α. 10 φορές β. 20 φορές γ. 40 φορές

Ε1.6 Υλικό σημείο εκτελεί ΑΑΤ. Το χρονικό διάστημα που χρειάζεται για να μεταβεί από τη μια ακραία θέση της ταλάντωσης στην άλλη είναι 2s.
Ι. Η περίοδος ταλάντωσης είναι: α. 2s β. 1s γ. 4s

ΙΙ. Η συχνότητα της ταλάντωσης είναι: α. 0,5Hz β. Hz γ. 0,25Hz

ΙΙΙ. Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών διελεύσεων από τη θέση ισορροπίας του είναι: α. 4s β. 2s γ. 4s

Ε1.7 Υλικό σημείο που κάνει ΑΑΤ διέρχεται 20 φορές το δευτερόλεπτο από τη θέση ισορροπίας του. Η περίοδος ταλάντωσης είναι:

α. 0,1s β. 0,05s γ. 0,2s

Ε1.8 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=Αημωt.
α. Να γράψετε τις εξισώσεις ταχύτητας και επιτάχυνσης συναρτήσει του χρόνου.
β. Να παραστήσετε γραφικά τις εξισώσεις απομάκρυνσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο, για το χρονικό διάστημα [0–Τ], όπου Τ η περίοδος της ΑΑΤ.
γ. Σημειώστε τα χρονικά διαστήματα στα οποία, ταχύτητα και επιτάχυνση έχουν την ίδια κατεύθυνση.

Ε1.9 Η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας ενός υλικού σημείου που κάνει ΑΑΤ,
α. είναι ανάλογη του χρόνου.
β. είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου.
γ. είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.
δ. έχει ίδιο πρόσημο με την ταχύτητα.

Ε1.10 Η ταχύτητα ενός υλικού σημείου που κάνει ΑΑΤ
α. έχει μέγιστο μέτρο στη θέση x=0.
β. έχει την ίδια φάση με την απομάκρυνση.
γ. γίνεται μέγιστη στη θέση x=+Α.
δ. έχει πάντοτε, αντίθετο πρόσημο από την απομάκρυνση.

Ε1.11 Η επιτάχυνση ενός υλικού σημείου που κάνει ΑΑΤ:
α. είναι σταθερή.
β. γίνεται μέγιστη, κατά μέτρο, κάθε χρονική στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα.
γ. έχει την ίδια φάση με την απομάκρυνση.
δ. μηδενίζεται στις θέσεις μέγιστης απομάκρυνσης.

Ε1.12 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με συχνότητα f=0,5Hz. Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της ταχύτητας είναι:

α. 1s β. 2s γ. 0,5s

Ε1.13 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με περίοδο Τ και πλάτος, Α. Τη χρονική στιγμή t=0 βρίσκεται στη θέση x=+Α. Η χρονική στιγμή που περνάει για δεύτερη φορά από τη θέση ισορροπίας του είναι:
α. t=T/4 β. t=T/2 γ. t=3T/2 δ. t=3T/4

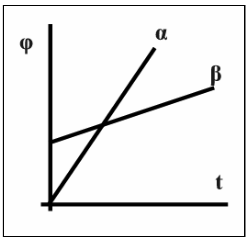
Ε1.14 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ, με περίοδο Τ. Τη χρονική στιγμή t=0 βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του και κινείται προς τη θετική κατεύθυνση.
Ι. Θα σταματήσει για δεύτερη φορά τη χρονική στιγμή:
α. Τ β. 3Τ/2 γ. 3Τ/4
ΙΙ. Η επόμενη χρονική στιγμή που το μέτρο της ταχύτητας θα γίνει μέγιστο είναι:
α.Τ/2 β. Τ/4 γ. Τ

Ε1.15 Η φάση μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης:
α. είναι σταθερή. β. αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο.
γ. είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου. δ. μειώνεται γραμμικά με το χρόνο.

▪**Ε1.16** Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=Αημωt. Η φάση του υλικού σημείου μετά από 10 ταλαντώσεις είναι:

α. 10π rad β. 20π rad γ. 5π rad

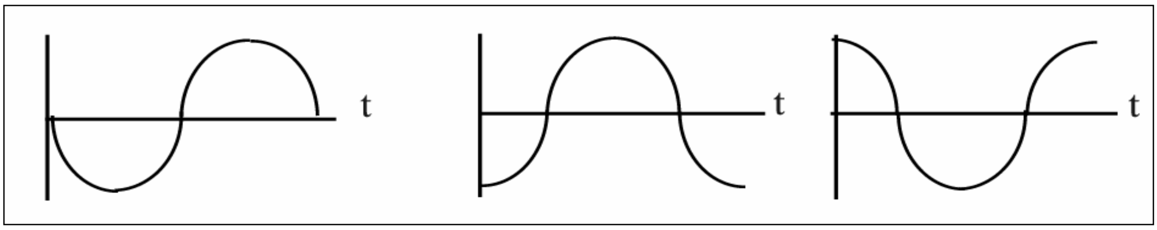
Ε1.17 Οι ευθείες α και β παριστάνουν τις γραφικές παραστάσεις των φάσεων δύο ΑΑΤ σε σχέση με το χρόνο. Οι περίοδοι των ταλαντώσεων είναι $T_α$ και $T_β$. Ποια από τις σχέσεις που ακολουθούν είναι η σωστή; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



α. $T_α=T_β$ β. $T_α>T_β$ γ. $T_α<T_β$

Ε1.18 Υλικό σημείο που εκτελεί ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=Αημ(ωt+π).
i.Τη χρονική στιγμή t=0, η ταχύτητα είναι: α. 0 β. $+υ_0$ γ. $-υ_0$
ii. Τη χρονική στιγμή t=T/4, η επιτάχυνση είναι α. 0 β. $-α_0$ γ. $+α_0$

Ε1.19 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με περίοδο Τ και πλάτος, Α. Τη χρονική στιγμή t=0 βρίσκεται στη θέση x=+A.
α. Να γράψετε τις εξισώσεις απομάκρυνσης, ταχύτητας, επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο.
β. Να βρείτε ποιες από τις γραφικές παραστάσεις που ακολουθούν αντιστοιχούν στην απομάκρυνση x, την ταχύτητα υ και την επιτάχυνση α σε σχέση με το χρόνο, t.



Ε1.20 Υλικό σημείο μάζας m που εκτελεί ΑΑΤ με πλάτος Α και γωνιακή συχνότητα ω βρίσκεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ βρίσκεται στη θέση x=+A.Ποιες από τις σχέσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

α. x=Αημωt γ. υ=−Αωημωt ε. $α=-Αω^2$ ημ(ωt+3π/2)
β. x=A·συνωt, δ. υ=Αωσυνωt στ. $α=Αω^2$ ημ(ωt+3π/2)

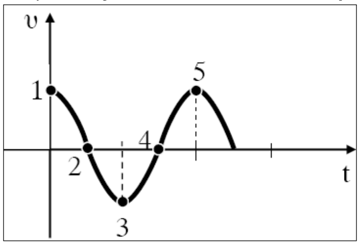
Ε1.21 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με περίοδο Τ και πλάτος, Α. Τη χρονική στιγμή t=0 βρίσκεται στη θέση x=−A.
α. Να γράψετε τις εξισώσεις απομάκρυνσης, ταχύτητας, επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο.
β. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις που αντιστοιχούν στην απομάκρυνση x, την ταχύτητα υ και την επιτάχυνση α σε σχέση με το χρόνο, t.

Ε1.22 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με περίοδο Τ και πλάτος, Α. Τη χρονική στιγμή t=0 βρίσκεται στη θέση x=0 και κινείται προς την αρνητική φορά.
α. Να γράψετε τις εξισώσεις απομάκρυνσης, ταχύτητας, επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο.
β. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις που αντιστοιχούν στην απομάκρυνση x, την ταχύτητα υ και την επιτάχυνση α σε σχέση με το χρόνο, t.

Ε1.23 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με πλάτος Α. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ είναι στη θέση x=+A/2 με υ<0. Η εξίσωση απομάκρυνσης είναι:

α.x=A ημ (ωt+π/6), β. x=Αημ(ωt+5π/6), γ. x=Αημ(ωt−π/6), δ. x=Αημ(ωt+7π/6)

Ε1.24 Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει την ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε συνάρτηση με το χρόνο. Στην περίπτωση αυτή

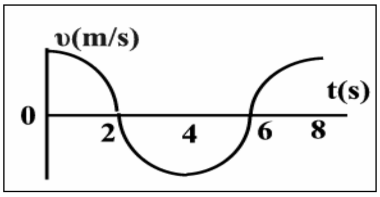


α. στα σημεία 1 και 5 το σώμα βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση.
β. στα σημεία 2 και 4 το σώμα βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση.
γ. στα σημεία 4 και 5 το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας.
δ. στα σημεία 3 και 4 το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας.

Ε1.25 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης $x=Aημ(2π/T)t$. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.
α. Το σώμα βρίσκεται σε μέγιστη απομάκρυνση τις χρονικές στιγμές T/4 και 3T/4.
β. Τη χρονική στιγμή $t=T/2$ η ταχύτητα είναι $–2πA/T$.
γ. Τη χρονική στιγμή $t=0$, το μέτρο της επιτάχυνσης έχει μέγιστη τιμή.
δ. Όταν $x=-A$ τότε, $υ=0$ και $α=4π^2A/T^2$.
ε. Το σώμα περνάει σε κάθε περίοδο, δυο φορές από τη θέση ισορροπίας.
στ. Από T/4 έως 3T/4 το σώμα κινείται κατά την αρνητική φορά.

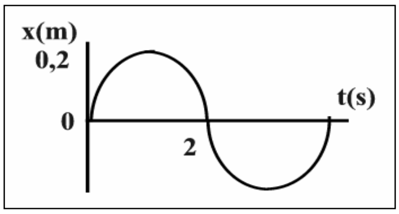
Ε1.26 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με πλάτος Α και τη χρονική στιγμή $t_0=0$ έχει ταχύτητα $υ=0$ και επιτάχυνση $α=–Aω^2$. Ποιες από τις ακόλουθες σχέσεις προτάσεις είναι σωστές ή λανθασμένες; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.
α. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ η απομάκρυνση είναι $x=+A$.
β. Η εξίσωση απομάκρυνσης δίνεται από τη σχέση: $x=Aημ(ωt+π/2)$
γ. Τη χρονική στιγμή $t=π/ω$ η ταχύτητα είναι, $υ=Aω$.
δ. Η εξίσωση της ταχύτητας είναι $υ=Aωσυν(ωt+π/2)$.
ε. Τη χρονική στιγμή $t=T/2$ θα έχει ταχύτητα $υ=0$.

Ε1.27 Η γραφική παράσταση του σχήματος απεικονίζει τη μεταβολή της ταχύτητας ενός υλικού σημείου που εκτελεί ΑΑΤ. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες και γιατί;



α. Τις χρονικές στιγμές 2 s και 6 s το υλικό σημείο περνάει από τη θέση ισορροπίας.
β. Η περίοδος της ΑΑΤ είναι 4s.
γ. Τη χρονική στιγμή 2s το μέτρο της δύναμης επαναφοράς είναι μέγιστο.
δ. Από τα 2s έως τα 6s το υλικό σημείο κινείται με κατεύθυνση προς το –Α.
ε. Από 6s έως 8s το υλικό σημείο κινείται στον θετικό ημιάξονα.

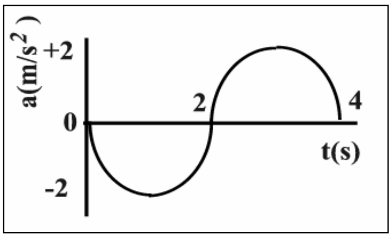
Ε1.28 Στη γραφική παράσταση του σχήματος βλέπουμε τη μεταβολή της απομάκρυνσης x ενός αρμονικού ταλαντωτή σε σχέση με το χρόνο, t. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές, ή λανθασμένες; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



α. Η εξίσωση απομάκρυνσης είναι $x=0,2ημ(πt/2)$ (S.I)
β. Το χρονικό διάστημα για να μεταβεί απευθείας από το 0,2m στη θέση –0,2m είναι 2s.
γ. Η συχνότητα της ΑΑΤ, f=4Hz.

δ. Από το 1s έως τα 3s η ταχύτητα έχει αρνητικές αλγεβρικές τιμές.
ε. Τη χρονική στιγμή t=1s η επιτάχυνση είναι $\alpha = -0{,}05\pi^2$ m/s^2.
στ. Τη χρονική στιγμή t=3s η ταχύτητα έχει μέγιστη κατά μέτρο τιμή.

Ε1.29 Στη γραφική παράσταση του σχήματος βλέπουμε τη μεταβολή της επιτάχυνσης, α ενός αρμονικού ταλαντωτή σε σχέση με το χρόνο, t. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές, ή λανθασμένες; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας. Δίνεται $\pi^2=10$.
α. Το πλάτος της ΑΑΤ είναι 0,8m.
β. Η εξίσωση της επιτάχυνσης είναι $\alpha=-2\eta\mu(\pi t/2)$, (S.I)
γ. Η εξίσωση της ταχύτητας είναι $\upsilon=0{,}4\sigma\upsilon\nu(\pi t/2)$, (S.I)
δ.Το σώμα περνάει κάθε 1s από τη θέση ισορροπίας.
ε. Τη χρονική στιγμή t=1s έχει ταχύτητα υ=0,5m/s.
στ. Τη χρονική στιγμή t=0,5s έχει επιτάχυνση $\alpha=\sqrt{2}$m/s^2.



Ε1.30 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες;
α. Η φάση ταχύτητα προηγείται της φάσης της απομάκρυνσης κατά π/2.
β. Επιτάχυνση και απομάκρυνση έχουν αντίθετα πρόσημα και μηδενίζονται στην ίδια θέση.
γ. Η μέγιστη ταχύτητα είναι ανάλογη της συχνότητας, f.
δ. Η μέγιστη τιμή της επιτάχυνσης είναι αντιστρόφως ανάλογη της περιόδου, Τ.
ε. Η φάση της επιτάχυνση προηγείται της φάσης της απομάκρυνσης κατά π/2.
στ. Κατά τη μετάβαση από τη θέση x=−A προς τη θέση x=+A, η ταχύτητα είναι θετική.

Ε1.31 Η σχέση που συνδέει την επιτάχυνση και την απομάκρυνση σε μια ΑΑΤ είναι:
α. $\alpha=-\omega x$ β. $\alpha=-\omega x^2$ γ. $\alpha=-\omega^2 x$
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Ε1.32 Η σχέση που συνδέει την ταχύτητα υ με την απομάκρυνση x σε μια ΑΑΤ είναι:

α. $\upsilon^2=\omega^2(A^2-x^2)$ β. $\dfrac{x^2}{A^2}+\dfrac{\upsilon^2}{\omega^2}=1$ γ. $\upsilon^2=\omega(A^2-x^2)$
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Ε1.33 Η σχέση που συνδέει την ταχύτητα, υ και την επιτάχυνση, α σε μια ΑΑΤ είναι:

α. $\upsilon^2=\dfrac{\omega\upsilon_0^2-\alpha}{\omega^2}$ β. $\alpha^2+\upsilon^2\omega^2=\omega^2\upsilon_0^2$ γ. $\alpha^2=\omega(\upsilon_0^2-\upsilon^2)$
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Ε1.34 Υλικό σημείο Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A και κυκλικής συχνότητας ω. Η μέγιστη τιμή του μέτρου της ταχύτητάς του είναι υ_0 και του μέτρου της επιτάχυνσής του είναι α_0. Αν x, υ, α είναι τα μέτρα της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του Σ αντίστοιχα, τότε σε κάθε χρονική στιγμή ισχύει:
α. $\upsilon^2=\omega(A^2-x^2)$, β. $x^2=\omega^2(\alpha_0^2-\alpha^2)$, γ. $\alpha^2=\omega^2(\upsilon_0^2-\upsilon^2)$
Ποια είναι η σωστή απάντηση και γιατί;

Ε1.35 Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση η απομάκρυνση και η επιτάχυνση την ίδια χρονική στιγμή
α. έχουν πάντα αντίθετο πρόσημο.

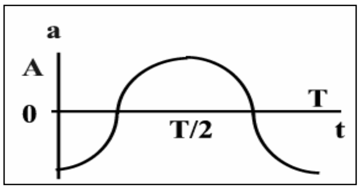
β. έχουν πάντα το ίδιο πρόσημο.
γ. θα έχουν το ίδιο ή αντίθετο πρόσημο ανάλογα με την αρχική φάση της απλής αρμονικής ταλάντωσης.
δ. μερικές φορές έχουν το ίδιο και άλλες φορές έχουν αντίθετο πρόσημο.

Ε1.36 i. Η διαφορά φάσης $\Delta\varphi=\varphi_x-\varphi_\upsilon$ μεταξύ των φάσεων της απομάκρυνσης και της ταχύτητας είναι: α. π/2 β.–π/2 γ. 0 δ. π
ii. Η διαφορά φάσης $\Delta\varphi=\varphi_\alpha-\varphi_\upsilon$ μεταξύ των φάσεων της ταχύτητας και της επιτάχυνσης είναι:
α. π/2 β.–π/2 γ. 0 δ. π
iii. Η διαφορά φάσης $\Delta\varphi=\varphi_x-\varphi_\alpha$ μεταξύ των φάσεων της απομάκρυνσης και της επιτάχυνσης είναι: α. π/2 β.–π/2 γ. π δ. –π

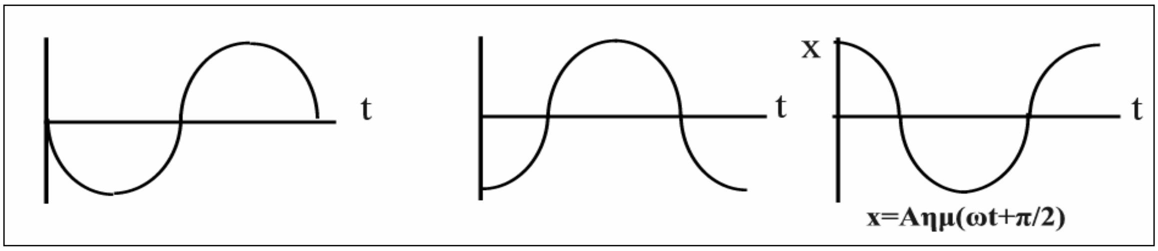
▪**Ε1.37** Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με εξίσωση ταχύτητας υ=Αωημωt.
α. Να γράψετε τις εξισώσεις απομάκρυνσης και επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο.
β. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις που αντιστοιχούν στην απομάκρυνση x, την ταχύτητα υ και την επιτάχυνση α σε σχέση με το χρόνο, t.

▪**Ε1.38** Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με εξίσωση επιτάχυνσης $\alpha=A\omega^2$ημωt.
α. Να γράψετε τις εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας σε σχέση με το χρόνο.
β. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις που αντιστοιχούν στην απομάκρυνση x, την ταχύτητα υ και την επιτάχυνση α σε σχέση με το χρόνο, t.

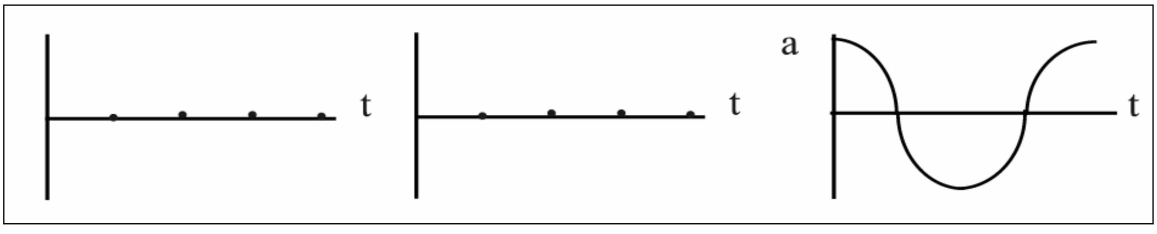
▪**1.39** Αν η επιτάχυνση, α, μιας ΑΑΤ μεταβάλλεται με το χρόνο με τον τρόπο που φαίνεται στο σχήμα τότε η εξίσωση της ταχύτητας έχει τη μορφή:
α. $\upsilon=\upsilon_0$ημωt β. $\upsilon=\upsilon_0$συνωt γ. $\upsilon=-\upsilon_0$ημωt



1.40 Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα αντιστοιχεί στη μεταβολή της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο; Να γράψετε τις εξισώσεις των υ και α σε σχέση με το χρόνο.



1.41 Να συμπληρώσετε τα διαγράμματα που αντιστοιχούν στη μεταβολή της απομάκρυνσης και στη μεταβολή της ταχύτητας σε σχέση με το χρόνο. Να γράψετε τις εξισώσεις όλων των μεγεθών ως ημιτονοειδών συναρτήσεων του χρόνου.



Ε1.42 Να συμπληρώσετε τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:
α. Σε μια ΑΑΤ η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα στη διεύθυνση της τροχιάς του έχει κατεύθυνση προς τη θέση ……………. και είναι ανάλογη της ………………
β. Η δύναμη επαναφοράς είναι ……………….. συνάρτηση του χρόνου.
γ. Η περίοδος είναι ……………… από το πλάτος.
δ. Η περίοδος σε μια ΑΑΤ είναι ανάλογη προς της τετραγωνική ρίζα της……… και αντιστρόφως ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας της ……………. επαναφοράς.
ε. Η σταθερά επαναφοράς ενός συστήματος που κάνει ΑΑΤ είναι ………………… από τη συχνότητα ταλάντωσης.
στ. Στο σύστημα μάζα – ελατήριο η ……………… επαναφοράς είναι ίση με τη σταθερά του ελατηρίου.

Ε1.43 Να αποδείξετε ότι σε μια ΑΑΤ η δύναμη επαναφοράς δίνεται από τη σχέση, $F=-m\omega^2 x$ Να παραστήσετε γραφικά τη δύναμη σε σχέση με την απομάκρυνση για τιμές του x στο κλειστό διάστημα, $[-A, +A]$.

Ε1.44 Υλικό σημείο μάζας m εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς D. Όταν βρίσκεται σε απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας η συνισταμένη δύναμη F που δέχεται είναι της μορφής:

α. $F=Dx$ β. $F=-Dx^2$ γ. $F=-Dx$ δ. $F=0$

Ε1.45 Σε ένα υλικό σημείο που κάνει ΑΑΤ, η δύναμη επαναφοράς
α. έχει κατεύθυνση που είναι πάντοτε αντίθετη της κίνησης.
β. έχει κατεύθυνση είναι ίδια με την κατεύθυνση της κίνησης.
γ. έχει κατεύθυνση προς τη θέση ισορροπίας.
δ. έχει κατεύθυνση προς τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης.

Ε1.46 Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση έχουν πάντα το ίδιο πρόσημο
α. η ταχύτητα και η επιτάχυνση.
β. η ταχύτητα και η απομάκρυνση.
γ. η δύναμη επαναφοράς και η απομάκρυνση.
δ. η δύναμη επαναφοράς και η επιτάχυνση.

Ε1.47 Υλικό σημείο μάζας m εκτελεί ΑΑΤ . Η συνισταμένη δύναμη F που δέχεται είναι:
α. ανάλογη του χρόνου.
β. ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου.
γ. ανεξάρτητη του χρόνου.
δ. αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

Ε1.48 Υλικό σημείο μάζας m κάνει ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς D. Η περίοδος των ΑΑΤ :
α. είναι ανάλογη της μάζας, m.
β. είναι ανάλογη της $\sqrt{m}$ και αντιστρόφως ανάλογη της $\sqrt{D}$.
γ. εξαρτάται από την επιτάχυνση της βαρύτητας g.
δ. είναι ανάλογη της $\sqrt{D}$ και αντιστρόφως ανάλογη της $\sqrt{m}$.

Ε1.49 Η σταθερά επαναφοράς, D, των ΑΑΤ ενός αρμονικού ταλαντωτή εξαρτάται:
α. από το πλάτος. β. από τη γωνιακή συχνότητα.
γ. από τη μέγιστη ταχύτητα. δ. από τα φυσικά χαρακτηριστικά του ταλαντωτή.

Ε1.50 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με γωνιακή συχνότητα ω και γνωρίζουμε ότι τη χρονική στιγμή t=0 είναι υ=0 και x=–A. Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης x, ταχύτητας υ και δύναμης επαναφοράς F σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.

Ε1.51 Η ιδιοσυχνότητα με την οποία κάνει ΑΑΤ ένας αρμονικός ταλαντωτής «μάζας–ελατηρίου», εξαρτάται από:
α. το πλάτος.
β. τη μάζα του σώματος και τη σταθερά του ελατηρίου.
γ. την επιτάχυνση της βαρύτητας.
ε. την αρχική φάση.

Ε1.52 Η δύναμη επαναφοράς στον αρμονικό ταλαντωτή «μάζα – ελατήριο»:
α. έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας.
β. έχει μέγιστη τιμή εκεί που μηδενίζεται η απομάκρυνση.
γ. έχει μέγιστη τιμή ανάλογη του πλάτους.
δ. είναι ανάλογη με το χρόνο.

Ε1.53 Η συχνότητα μιας ΑΑΤ δίνεται από τη σχέση:

α. $f=2\pi\sqrt{D/m}$ β. $f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{D/m}$ γ. $f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{m/D}$

Ε1.54 Σώμα μάζας m είναι εξαρτημένο από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k και κάνει κατακόρυφες ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς k. Η δύναμη επαναφοράς των ταλαντώσεων είναι:
α. ίδια με τη δύναμη του ελατηρίου.
β. μια τρίτη δύναμη διαφορετική από το βάρος και τη δύναμη ελαστικότητας του ελατηρίου.
γ. η συνισταμένη του βάρους και της δύναμης ελαστικότητας του ελατηρίου.
δ. πάντοτε αντίθετη από το βάρος.

Ε1.55 Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;
α. Η δύναμη επαναφοράς και η επιτάχυνση έχουν την ίδια κατεύθυνση.
β. Στο χρονικό διάστημα [3T/4 – T], ταχύτητα και δύναμη έχουν αντίθετα πρόσημα.
γ. Η φάση της δύναμης και της απομάκρυνσης διαφέρουν πάντοτε κατά π.
δ. Η σταθερά επαναφοράς εξαρτάται από το πλάτος της ταλάντωσης.

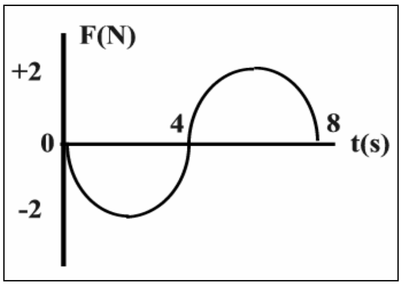
Ε1.56 Ταλαντωτής αποτελούμενος από αβαρές ελατήριο, σταθεράς k και σώμα μάζας, m κάνει ΑΑΤ πλάτους, Α. Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σωστές ή λανθασμένες; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.
α. Η μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς είναι ανάλογη του πλάτους.
β. Η μέγιστη τιμή της ταχύτητας είναι ανεξάρτητη από τη σταθερά επαναφοράς των ΑΑΤ.
γ. Η επιτάχυνση γίνεται κατά μέτρο μέγιστη τις στιγμές που μηδενίζεται η ταχύτητα.
δ. Η σταθερά επαναφοράς είναι ανάλογη της μάζας m.
ε. Η μέγιστη ταχύτητα είναι αντιστρόφως ανάλογη του $\sqrt{m}$.
στ. Η μέγιστη τιμή της επιτάχυνσης είναι αντιστρόφως ανάλογη της σταθεράς, k.

Ε1.57 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ μεταξύ δύο ακραίων θέσεων Α και Β με θέση ισορροπίας ένα ενδιάμεσο σημείο, Ο. Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σωστές ή λανθασμένες και γιατί;

α. Στις θέσεις Α και Β μηδενίζεται η ταχύτητα.
β. Το σημείο Ο είναι το μέσον του τμήματος ΑΒ.
γ. Για την απευθείας μετάβαση από το Β στο Α απαιτείται χρόνος μιας περιόδου.
δ. Στα Α και Β η δύναμη επαναφοράς έχει μέγιστο μέτρο.
ε. Το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς είναι ανάλογο του μήκους, ΑΒ.

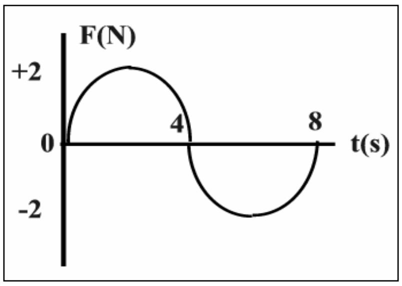
Ε1.58 Αν η μάζα του ταλαντωτή μάζα – ελατήριο, μεταβληθεί από m σε m/4 τότε:
α. Διπλασιάζεται η περίοδος.
β. Διπλασιάζεται το πλάτος.
γ. Διπλασιάζεται η μέγιστη ταχύτητα.
δ. Το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς μένει σταθερό.
ε. Τετραπλασιάζεται η μέγιστη επιτάχυνση.
Ποιες από τις προτάσεις αυτές είναι σωστές και γιατί;

Ε1.59 Στο διπλανό διάγραμμα βλέπουμε τη μεταβολή της δύναμη επαναφοράς μιας ΑΑΤ που εκτελεί υλικό σημείο μάζας m=1kg. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες και γιατί. Δίνεται π^2=10.



α. Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ είναι 8rad/s.
β. Η μέγιστη επιτάχυνση έχει μέτρο α_0=2m/s^2.
γ. Το πλάτος της ΑΑΤ είναι Α=0,8m.
δ. Τις χρονικές στιγμές 2s και 6s η ταχύτητα του υλικού σημείου είναι μηδέν.
ε. Τη χρονική στιγμή t=5s το υλικό σημείο κινείται προς τη θέση ισορροπίας του.
στ. Η εξίσωση απομάκρυνσης είναι x=Αημ(ωt+π).

Ε1.60 Στο διπλανό διάγραμμα βλέπουμε τη μεταβολή της δύναμη επαναφοράς μιας ΑΑΤ που εκτελεί υλικό σημείο μάζας m=1kg. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες και γιατί. Δίνεται π^2=10.



α. Η εξίσωση της δύναμης είναι F=2ημ(πt/4).
β. Τη χρονική στιγμή t=4s το μέτρο της ταχύτητας είναι μέγιστο.
γ. Στο χρονικό διάστημα [4s–6s] το υλικό σημείο κινείται προς τη θέση μέγιστης θετικής απομάκρυνσης.
δ. Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι x=3,2ημ(ωt–π) (SI)
ε. Η εξίσωση της ταχύτητας είναι υ=0,2πημ(ωt–π/2) (SI)
στ. Η σταθερά επαναφοράς είναι D=π^2/4 N/m.

Ε1.61 Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με ίσες μάζες ισορροπούν κρεμασμένα από ίδια κατακόρυφα ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 αντίστοιχα, που συνδέονται με τη σχέση k_1=k_2. Απομακρύνουμε το από τη θέση ισορροπίας το μεν Σ_1 κατά Α, το δε Σ_2 κατά 2Α και τα αφήνουμε ταυτόχρονα ελεύθερα.
α. πρώτο θα περάσει από τη θέση ισορροπίας. το σώμα Σ_1.
β. πρώτο θα περάσει από τη θέση ισορροπίας, το σώμα Σ_2.
γ. θα περάσουν ταυτόχρονα και με την ίδια ταχύτητα.
δ. θα περάσουν ταυτόχρονα και με το Σ_2 να έχει διπλάσια ταχύτητα από το Σ_1.

Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ε1.62 Δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με ίσες μάζες ισορροπούν κρεμασμένα από κατακόρυφα ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 αντίστοιχα, που συνδέονται με τη σχέση $k_1= k_2/2$. Απομακρύνουμε τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ από τη θέση ισορροπίας τους κατακόρυφα προς τα κάτω κατά x και 2x αντίστοιχα και τα αφήνουμε ελεύθερα την ίδια χρονική στιγμή, οπότε εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Τα σώματα διέρχονται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας τους:
α. ταυτόχρονα.
β. σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το $Σ_1$.
γ. σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το $Σ_2$.
Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ε1.63 Να συμπληρώσετε τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:
α. Η ενέργεια μιας αμείωτης ταλάντωσης παραμένει ……………
β. Σε μια αμείωτη ΑΑΤ η δυναμική ενέργεια μετατρέπεται περιοδικά σε ………….. και το αντίστροφο, ενώ το ………… κινητικής και δυναμικής ενέργειας διατηρείται …………
γ. Η μηχανική ενέργεια ενός αρμονικού ταλαντωτή που κάνει ΑΑΤ είναι ανάλογη της ………….. επαναφοράς και ανάλογη του τετραγώνου του ………
δ. Όταν το υλικό σημείο που κάνει ΑΑΤ περνάει από τη θέση ισορροπίας όλη του η ενέργεια είναι υπό μορφή …………… ενώ όταν φτάνει στη μέγιστη απομάκρυνση έχει γίνει…………

Ε1.64 Υλικό σημείο μάζας m κάνει ΑΑΤ με πλάτος Α και σταθερά επαναφοράς D. Να αποδείξετε ότι:
α. η δυναμική ενέργεια του συστήματος που ταλαντώνεται δίνεται από τη σχέση: $U=\frac{1}{2}Dx^2$, όπου x η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας.
β. η ενέργεια της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση: $E=\frac{1}{2}DA^2$.

Ε1.65 Σε μια ΑΑΤ να αποδείξετε τις σχέσεις:

α. $K_{max}=U_{max}$, β. $υ= \pm ω\sqrt{A^2 - x^2}$ γ. $α=\pm ω\sqrt{υ_0^2 - υ^2}$, δ. $α=-ω^2x$

Ε1.66 Υλικό σημείο μάζας m κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=Αημωt, περίοδο Τ και ενέργεια Ε. Να εκφράσετε τις ενέργειες συναρτήσει του χρόνου και να κάνετε σε κοινό διάγραμμα οι γραφικές παραστάσεις (U–t), (K–t) και (E–t).

Ε1.67 Υλικό σημείο μάζας m κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=Αημωt, με ενέργεια Ε. Να εκφράσετε τις ενέργειες συναρτήσει της απομάκρυνσης και να κάνετε σε κοινό διάγραμμα οι γραφικές παραστάσεις (U–x), (K–x) και (E–x).

Ε1.68 Υλικό σημείο μάζας m κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=Αημωt, με ενέργεια Ε. Να εκφράσετε τις ενέργειες συναρτήσει της ταχύτητας και να κάνετε σε κοινό διάγραμμα οι γραφικές παραστάσεις (U–υ), (K–υ) και (E–υ).

Ε1.69 Από ποιους παράγοντες εξαρτάται η ολική ενέργεια ενός ταλαντωτή μάζα – ελατήριο:
α. σταθερά ελατηρίου.
β. πλάτος.
γ. στιγμιαία απομάκρυνση.
δ. συχνότητα.

Ε1.70 Η ολική ενέργεια ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή μάζας m που κάνει ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς D και πλάτος A είναι:
α. ανάλογη της μάζας.
β. ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους
γ. ανεξάρτητη από τη σταθερά επαναφοράς.
δ. μεταβάλλεται ανάλογα με το τετράγωνο της απομάκρυνσης.

Ε1.71 Η δυναμική ενέργεια απλού αρμονικού ταλαντωτή σταθεράς επαναφοράς D είναι:
α. ανεξάρτητη της απομάκρυνσης x από τη θέση ισορροπίας.
β. μέγιστη όταν ο ταλαντωτής περνάει από τη θέση ισορροπίας.
γ. ανάλογη με το τετράγωνο της απομάκρυνσης x.
δ. ανάλογη της απομάκρυνσης x.

Ε1.72 Η κινητική ενέργεια σώματος μάζας m που κάνει ΑΑΤ με πλάτος A,
α. είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια σε κάθε θέση με απομάκρυνση x.
β. αυξάνεται καθώς το σώμα απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας
γ. είναι μέγιστη κατά απόλυτη τιμή, όταν ο ταλαντωτής περνάει από τη θέση ισορροπίας.
δ. μειώνεται καθώς το σώμα πλησιάζει προς τη θέση ισοορροπίας.

Ε1.73 Κατά τη διάρκεια μιας ΑΑΤ:
α. το άθροισμα της δυναμικής και κινητικής ενέργειας διατηρείται σταθερό.
β. το άθροισμα της δυναμικής και κινητικής ενέργειας αυξομειώνεται.
γ. όταν αυξάνεται η κινητική αυξάνεται και η δυναμική ενέργεια.
δ. η μηχανική ενέργεια γίνεται μέγιστη, όταν το σώμα φτάνει στη μέγιστη απομάκρυνση.

Ε1.74 Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα που αναφέρεται στην απλή αρμονική ταλάντωση και να συμπληρώσετε τα κενά με τα κατάλληλα μέτρα των φυσικών μεγεθών.

X (απομάκρυνση)	**U (δυναμική ενέργεια)**	**K (κινητική ενέργεια)**
0		
x_1	200J	
x_2	300J	400J
A		

Ε1.75 Σε ένα σώμα που κάνει ΑΑΤ, με πλάτος A, η δυναμική ενέργεια γίνεται ίση με την κινητική ενέργεια, στη θέση:
α. ισορροπίας
β. $x=\pm A/2$
γ. όπου η δύναμη επαναφοράς γίνει μέγιστη
δ. $x=\pm A\sqrt{2}/2$
Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ε1.76 Κατά τη διάρκεια μιας περιόδου η κινητική ενέργεια γίνεται ίση με τη δυναμική

α. καμιά φορά β. 2 φορές γ. 4 φορές δ. 1 φορά

Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ε1.77 Κατά τη διάρκεια μιας ΑΑΤ το σώμα περνάει από τη θέση με απομάκρυνση x_1 στην οποία ισχύει ότι $υ=\pm υ_0/2$. Αν το πλάτος είναι Α, η απομάκρυνση x_1 είναι ίση με:

α. $\pm A\sqrt{2}/2$ β. $\pm A\sqrt{3}/2$ γ. $\pm A/2$ δ. $\pm A$
Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ε1.78 Κατά τη διάρκεια μιας ΑΑΤ με πλάτος Α, όταν το υλικό σημείο περνάει από τη θέση με $x=\pm A/2$ για τις κινητική και δυναμική ενέργεια ισχύει:

α. $K=3U$ β. $U=3K$ γ. $K=U$ δ. $K=2U$
Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ε1.79 Αρμονικός ταλαντωτής με εξίσωση απομάκρυνσης $x=Aημ(2πt/T)$. Η χρονική στιγμή, t, που γίνεται για πρώτη φορά, η κινητική ενέργεια ίση με τη δυναμική είναι η:

α. $T/2$ β. $T/4$ γ. $T/8$ δ. $3T/8$
Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ε1.80 Το έργο της δύναμης επαναφοράς κατά τη μετακίνηση ενός σώματος μάζας m που κάνει ΑΑΤ από μια θέση x_1 με ταχύτητα $υ_1$, σε μια θέση x_2 με ταχύτητα $υ_2$ είναι ίσο με:

α. $\frac{1}{2} mυ_2^2-\frac{1}{2}mυ_1^2$ β. 0 γ. $\frac{1}{2}Dx_2^2-\frac{1}{2}Dx_1^2$ δ. $\frac{1}{2} mυ_1^2-\frac{1}{2}mυ_2^2$
Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ε1.81 Σε μια ΑΑΤ με πλάτος Α και σταθερά επαναφοράς, D, το έργο, W, της δύναμης επαναφοράς κατά τη μετατόπιση του σώματος από τη μια ακραία θέση της ταλάντωσης στην άλλη είναι:
α. $W=0$ β. $W=\frac{1}{2}DA^2$ γ. $W=DA^2$
Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ε1.82 Σε μια ΑΑΤ η δυναμική και η κινητική ενέργεια μεταβάλλονται. Να δείξετε ότι για τους ρυθμούς μεταβολής των ενεργειών ισχύουν οι σχέσεις:

α. $\frac{ΔE}{Δt}=0$, β. $\frac{ΔK}{Δt}=-Dx\cdot υ$ γ. $\frac{ΔU}{Δt}=+Dx\cdot υ$

♠**Ε1.83** Να δείξετε ότι:
Ι. σε μια ΑΑΤ η μέγιστη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος που ταλαντώνεται είναι ίση με $\frac{DA^2ω}{2}$ και
ΙΙ. συμβαίνει όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση με απομάκρυνση $x=\pm A\sqrt{2}/2$.

Ε1.84 Αρμονικός ταλαντωτής έχει ενέργεια, Ε. Η επιπλέον ενέργεια που πρέπει να δώσουμε στον ταλαντωτή για να διπλασιάσουμε το πλάτος του είναι:

α. Ε β. 2Ε γ. 3Ε δ. 4Ε

Ε1.85 Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις που αναφέρονται στην ενέργεια ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή μάζας, m, γωνιακής συχνότητας, ω και πλάτους, Α και ενέργειας Ε, είναι σωστές ή λανθασμένες; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

α. Η ολική ενέργεια, Ε, του ταλαντωτή διατηρείται σταθερή.

β. Η κινητική ενέργεια γίνεται μηδέν εκεί που η δύναμη επαναφοράς γίνεται μέγιστη.

γ. Η κινητική ενέργεια είναι ίση ±Ε, όταν x=0.

δ. Η δυναμική ενέργεια είναι μηδέν, όταν x=±Α.

ε. Η δυναμική ενέργεια είναι ίση με την κινητική στη θέση όπου, $x = \pm A\sqrt{2}/2$.

στ. Η δυναμική ενέργεια μηδενίζεται 2 φορές κατά τη διάρκεια μιας περιόδου.

Ε1.86 Αρμονικός ταλαντωτής που αποτελείται από σώμα μάζας m και ελατήριο σταθεράς k εκτελεί ΑΑΤ με σταθερό πλάτος, Α, και εξίσωση απομάκρυνσης x=Aημωt.

Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

α. Η μηχανική ενέργεια του ταλαντωτή είναι ανεξάρτητη από τη μάζα του σώματος.

β. Στις θέσεις $x = \pm A$, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι μηδέν.

γ. Η ενέργεια του ταλαντωτή είναι ανάλογη με το τετράγωνο της μέγιστης τιμής της δύναμης επαναφοράς.

δ. Τη χρονική στιγμή 3T/8, η δυναμική γίνεται ίση με την κινητική ενέργεια.

ε. Η μέγιστη τιμή της κινητικής ενέργειας αυτού είναι ανεξάρτητη της μάζας.

στ. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας όταν περνάει από τη θέση ισορροπίας είναι μηδέν.

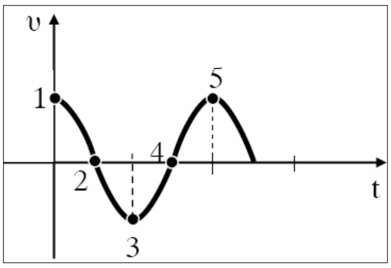
Ε1.87 Σε μια ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης $x = A \cdot ημ(\frac{2πt}{T} + \frac{π}{2})$ να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις απομάκρυνσης, ταχύτητας, επιτάχυνσης, δυναμικής και κινητικής ενέργειας σε συνάρτηση με το χρόνο, στο χρονικό διάστημα [0,T] .

Ε1.88 Σώμα μάζας Μ έχει προσδεθεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς Κ του οποίου το άνω άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά απόσταση α από τη θέση ισορροπίας και το αφήνουμε ελεύθερο να κάνει ταλάντωση. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα και με ένα άλλο ελατήριο σταθεράς $k' = 4k$.

Ι. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των δυναμικών ενεργειών των δύο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση στο ίδιο διάγραμμα.

ΙΙ. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των κινητικών ενεργειών των δύο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση στο ίδιο διάγραμμα.

Ε1.89 Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει την ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε συνάρτηση με το χρόνο. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές.



α. Στη θέση 1 το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση.

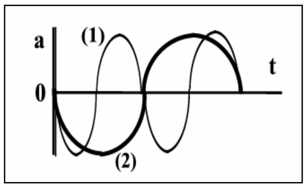
β. Στη θέση 2 το μέτρο της επιτάχυνσης είναι μέγιστο.

γ. Στη θέση 3, η κινητική ενέργεια είναι μέγιστη.

δ. Στη θέση 4 η δυναμική ενέργεια είναι ίση με την ολική.

ε. Στη θέση 5 η δύναμη επαναφοράς είναι μηδέν.

Ε1.90 Στο σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις της επιτάχυνσης δύο ΑΑΤ σε σχέση με το χρόνο. Οι ΑΑΤ έχουν την ίδια σταθερά επαναφοράς.



α. Για τα πλάτη ισχύει: α. $A_2=4A_1$ β. $A_1=4A_2$
β. Για τις μέγιστες ταχύτητες ισχύει: α. $υ_{02}=2υ_{01}$ β. $υ_{01}=2υ_{02}$
γ. Για τις μέγιστες τιμές των κινητικών ενεργειών ισχύει: α. $K_2=16K_1$ β. $K_2=4K_1$

1.91 Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις που αφορούν μια ΑΑΤ είναι σωστές;
α. Η ολική ενέργεια είναι σταθερή και ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους.
β. Το μέτρο της δύναμης επαναφοράς σε τυχαία θέση είναι ανάλογο της αντίστοιχης απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας.
γ. Η σταθερά επαναφοράς είναι ανεξάρτητη από τη συχνότητας της ταλάντωσης.
δ. Η μέγιστη ταχύτητα είναι αντιστρόφως ανάλογη της συχνότητας f.
ε. Η μέγιστη επιτάχυνση είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους.
στ. Η μέγιστη τιμή της κινητικής ενέργειας είναι ίση με τη μηχανική ενέργεια του ταλαντωτή.

Ε1.92 Σώμα μάζας m είναι συνδεδεμένο στο ένα άκρο ελατηρίου σταθεράς k το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί ευθύγραμμα και χωρίς τριβές, μέσα στο πεδίο βαρύτητας. Να δείξετε ότι κάνει ΑΑΤ και να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς D των ΑΑΤ, αν:
α. Το ελατήριο είναι οριζόντιο.
β. Το ελατήριο είναι κατακόρυφο.
γ. Το ελατήριο βρίσκεται πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ.

Ε1.93 Δύο ελατήρια ίδιας σταθεράς k φέρουν μάζες m και 4m αντιστοίχως και εκτελούν ΑΑΤ πλάτους Α και 2Α αντιστοίχως . Ποιες από τις σχέσεις που ακολουθούν είναι σωστές; Να δικαιολογήσετε την κάθε απάντηση που θα δώσετε.

α. $\frac{T_1}{T_2}=\frac{1}{2}$ β. $\frac{υ_{01}}{υ_{02}}=\frac{1}{2}$ γ. $\frac{E_1}{E_2}=\frac{1}{4}$ δ. $\frac{F_{01}}{F_{02}}=\frac{1}{2}$

Ε1.94 Δύο ελατήρια με σταθερές k_1=k και k_2=4k, αντιστοίχως, φέρουν σώματα ίσης μάζας m και κάνουν ΑΑΤ ίδιου πλάτους Α. Να βάλετε τον συντελεστή που λείπει στις σχέσεις των παρακάτω μεγεθών των δύο ταλαντώσεων:

α. D_2 =….D_1 γ. f_2=…..f_1 ε. $υ_{02}$ =......$υ_{01}$
β. T_2 =.....T_1 δ. E_2 =.....E_1 στ. $α_{02}$ =.....$α_{01}$

Ε1.95 Αρμονικός ταλαντωτής μάζα – ελατήριο κάνει ΑΑΤ, πλάτους Α. Αν τετραπλασιαστεί η μάζα και διπλασιαστεί το πλάτος της ταλάντωσης, χωρίς να μεταβληθεί η σταθερά του ελατηρίου, βρείτε πως θα μεταβληθούν τα ακόλουθα μεγέθη.

α. Συχνότητα f. γ. Μέγιστη δύναμη επαναφοράς.
β. Μέγιστη ταχύτητα. δ. Μηχανική ενέργεια.

Ε1.96 Διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λάθος και γιατί;

α. Η ενέργεια αυξάνεται κατά 300%.
β. Η συχνότητα της ταλάντωσης διπλασιάζεται.
γ. Η σταθερά επαναφοράς θα μείνει σταθερή.
δ. Η μέγιστη δύναμη επαναφοράς γίνεται διπλάσια.
ε. Η μέγιστη κινητική ενέργεια διατηρείται σταθερή.

Ε1.97 Αρμονικός ταλαντωτής μάζα – ελατήριο εκτελεί ΑΑΤ με πλάτος Α. Διατηρούμε σταθερό το πλάτος και διπλασιάζουμε τη μάζα του σώματος. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λάθος και γιατί;
α. Η περίοδος υποδιπλασιάζεται.
β. Η μέγιστη κινητική ενέργεια διατηρείται σταθερή.
γ. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας $υ_0$ γίνεται τώρα $υ_0/\sqrt{2}$.
δ. Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης διπλασιάζεται.
ε. Το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς διατηρείται σταθερό.

Ε1.98 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν και αναφέρονται στις ΑΑΤ που εκτελεί ένα κατακόρυφο σύστημα ελατηρίου – σώματος είναι σωστές ή λάθος και γιατί.
α. Αν επιμηκύνουμε το ελατήριο από τη θέση ισορροπίας προσφέροντας με το χέρι μας ενέργεια Ε, η ενέργεια του ταλαντωτή είναι ίση με το ποσό, Ε.
β. Η μέγιστη τιμή της κινητικής ενέργειας του ταλαντωτή είναι ανεξάρτητη της μάζας του σώματος.
γ. Η δύναμη επαναφοράς είναι ίση με τη δύναμη ελαστικότητας του ελατηρίου.
δ. Το πλάτος ταλάντωσης είναι μικρότερο από τη μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου.

Ε1.99 Δύο ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1, k_2 φέρουν σώματα με μάζες m_1, m_2, όπου $2m_1=m_2$ και κάνουν ΑΑΤ με ίδιες περιόδους και πλάτη A_1, A_2 όπου $A_1=2A_2$.
Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λάθος και γιατί;
α. Για τις σταθερές επαναφοράς ισχύει, $D_2=2D_1$.
β. Για τις ενέργειες ισχύει $E_2=E_1/2$.
γ. Για τις μέγιστες ταχύτητες ισχύει $υ_{02}=2υ_{01}$.
δ. Για τις μέγιστες τιμές της δύναμης επαναφοράς ισχύει $F_{01}=F_{02}$

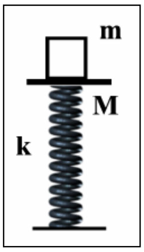
Ε1.100 Αν κατά την διάρκεια της ΑΑΤ ενός συστήματος με κάποιο τρόπο τετραπλασιαστεί η ολική του ενέργεια, χωρίς να μεταβληθεί η μάζα ή η σταθερά επαναφοράς του, ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λάθος και γιατί;
α. Η περίοδος διατηρείται σταθερή.
β. Το πλάτος διπλασιάζεται.
γ. Η μέγιστη ταχύτητα διπλασιάζεται
δ. Η μέγιστη κινητική ενέργεια μένει σταθερή.
ε. Η μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς διπλασιάζεται.

▪**Ε1.101** Ελατήριο σταθεράς k κρέμεται από ακλόνητο σημείο. Αν του κρεμάσουμε στο ελεύθερο άκρο μια μάζα m και την ηρεμήσουμε ώστε όλο το σύστημα να ισορροπεί, τότε το ελατήριο επιμηκύνεται κατά, x από το φυσικό του μήκος. Αν του κρεμάσουμε την ίδια μάζα και την αφήσουμε ελεύθερη, τότε το σύστημα κάνει ΑΑΤ. Η περίοδος των ΑΑΤ είναι:

α. $T=2\pi\sqrt{x/m}$ β. $T=2\pi\sqrt{x/g}$ γ. $T=2\pi\sqrt{m/x}$ δ. $T=2\pi\sqrt{g/x}$

▪**Ε.102** Ελατήριο σταθεράς k στερεώνεται κατακόρυφα στο έδαφος. Τοποθετούμε πάνω στο ελεύθερο άκρο του σώμα μάζας m χωρίς αρχική ταχύτητα και αυτό αρχίζει να κάνει ΑΑΤ. Η ενέργεια της ΑΑΤ είναι:
α. $m^2g^2/2k$ β. m^2g^2/k γ. $m^2g^2/4k$

▪**Ε1.103** Ελατήριο σταθεράς k στερεώνεται κατακόρυφα στο έδαφος. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένος δίσκος μάζας Μ. Τοποθετούμε πάνω στο δίσκο σώμα μάζας m, χωρίς αρχική ταχύτητα. Το σύστημα κάνει ΑΑΤ με ενέργεια



α. $m^2g^2/2k$ β. M^2g^2/k γ. $(M+m)^2g^2/4k$

▪**Ε1.104** Στην κάτω άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, η πάνω άκρη του οποίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο, σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α. Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι Α/2. Να σχεδιάσετε το φυσικό μήκος του ελατηρίου, τη θέση ισορροπίας και τη θέση μέγιστης επιμήκυνσης και να απαντήσετε στις ερωτήσεις επιλογής. Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση της μέγιστης συσπείρωσης του ελατηρίου,
Ι. Ο λόγος των μέτρων της δύναμης ελατηρίου προς τη δύναμη επαναφοράς είναι:
α. ½ β. 2 γ. 3/2
ΙΙ. Ο λόγος της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι
α. ¼ β. 4 γ. 1/2

▪**Ε1.105** Στην κάτω άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, η πάνω άκρη του οποίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο, σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α. Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι Α. Να σχεδιάσετε το φυσικό μήκος του ελατηρίου, τη θέση ισορροπίας και τη θέση μέγιστης επιμήκυνσης και να απαντήσετε στις ερωτήσεις επιλογής.

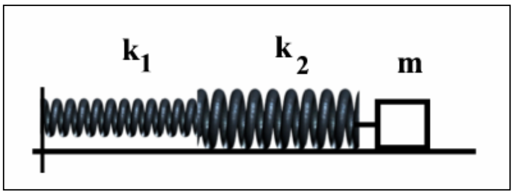
Ι. Στην κατώτερη θέση της ταλάντωσης του σώματος, ο λόγος των μέτρων της δύναμης του ελατηρίου προς τη δύναμη επαναφοράς είναι:
α. 2 β. ½ γ. 4

ΙΙ. Το έργο της δύναμης του ελατηρίου κατά τη μετατόπιση του σώματος από τη θέση ισορροπίας μέχρι τη θέση μέγιστης επιμήκυνσης είναι:
α. $-3kA^2/2$ β. $3kA^2/2$ γ. $2kA^2$

ΙΙΙ. Το έργο της δύναμης επαναφοράς κατά τη μετατόπιση του σώματος από τη θέση ισορροπίας μέχρι τη θέση μέγιστης επιμήκυνσης είναι:
α. $-kA^2/2$ β. $3kA^2/2$ γ. $-kA^2$

▪**Ε1.106** Ελατήριο σταθεράς k κρέμεται από ακλόνητο σημείο και φέρει στο ελεύθερο άκρο του σώμα μάζας, m, που ισορροπεί. Ασκούμε στο σώμα κατακόρυφη δύναμη και επιμηκύνουμε το ελατήριο κατά d από τη θέση ισορροπίας.
Ι. Το έργο της δύναμης είναι ίσο με:
α kd^2 β. $2kd^2$ γ. $kd^2/2$
ΙΙ. Η μέγιστη τιμή της δύναμης που ασκούμε είναι:
α. kd β. 2kd γ. kd/2

▪**Ε1.107** Σώμα μάζας m κρέμεται από το ελεύθερο άκρο κατακόρυφα εξαρτημένου συστήματος ελατηρίων ίσου μήκους, με σταθερές k_1, k_2 και εκτελεί κατακόρυφες ταλαντώσεις. Τα δύο ελατήρια συνδέονται σε σειρά, όπως στο σχήμα. Η περίοδος των ΑΑΤ που κάνει το σώμα είναι:



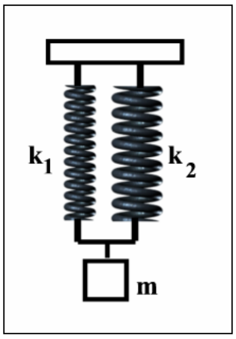
α. $T_1=2\pi\sqrt{m(k_1+k_2)/k_1\cdot k_2}$ β. $T_2=2\pi\sqrt{m/(k_1+k_2)}$ γ. $T=2\pi\sqrt{mk_1\cdot k_2/(k_1+k_2)}$

Ποιο είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

▪**Ε1.108** Σώμα μάζας m κρέμεται από το ελεύθερο άκρο κατακόρυφα εξαρτημένου συστήματος ελατηρίων ίσου μήκους, με σταθερές k_1, k_2 και εκτελεί κατακόρυφες ταλαντώσεις. Τα δύο ελατήρια συνδέονται παράλληλα, όπως στο σχήμα. Η περίοδος των ΑΑΤ που κάνει το σώμα είναι:

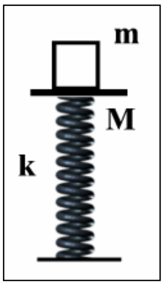
α. $T_1=2\pi\sqrt{m(k_1+k_2)/k_1\cdot k_2}$ β. $T_2=2\pi\sqrt{m/(k_1+k_2)}$

γ. $T=2\pi\sqrt{mk_1\cdot k_2/(k_1+k_2)}$



Ποιο είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

►**Ε1.109** Το ελατήριο σταθεράς k φέρει συνδεδεμένο δίσκο μάζας Μ και πάνω σε αυτό σώμα μάζας m. Το σύστημα ταλαντώνεται αρμονικά με πλάτος Α, χωρίς το σώμα να εγκαταλείπει το δίσκο.



i. Το σώμα μάζας m κάνει ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς

α. k β. $\frac{\text{mk}}{\text{M}}$ γ. $\frac{\text{mk}}{\text{M+m}}$

ii. Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο δίσκος στο σώμα παίρνει τιμές από:

α. 0 έως mg β. 0 έως (M+m)g γ. $\text{mg}-\frac{\text{mkA}}{\text{m+M}}$ έως $\text{mg}+\frac{\text{mkA}}{\text{m+M}}$

iii. Για να μην εγκαταλείπει το σώμα m το δίσκο θα πρέπει το πλάτος της ΑΑΤ να μην υπερβαίνει την τιμή:

α. $\frac{\text{mg}}{\text{k}}$ β. $\frac{\text{Mg}}{\text{k}}$ γ. $\frac{\text{(M+m)g}}{\text{k}}$

Ποιες από τις απαντήσεις είναι οι σωστές; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

▪**Ε1.110** Στα άκρα δύο ελατηρίων k_1,k_2 κρέμονται τα σώματα με μάζες $m_1>m_2$ και τα ελατήρια έχουν τη ίδια επιμήκυνση. Απομακρύνουμε τα σώματα κατά το ίδια απομάκρυνση Α από τη θέση ισορροπίας και τα αφήνουμε ελεύθερα να κάνουν ΑΑΤ. Μεγαλύτερη ενέργεια έχει

α. Το σύστημα (1)

β. Το σύστημα (2)

γ. Κανένα από τα δύο

▪**Ε1.111** Οριζόντιο ελατήριο σταθεράς k φέρει στο ελεύθερο άκρο του σώμα μάζας m_1 και κάνει αμείωτες ΑΑΤ σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο, Τ, και πλάτος, Α. Κάποια στιγμή που το σώμα φτάνει στη μέγιστη απομάκρυνσή του τοποθετούμε ακαριαία πάνω του δεύτερο σώμα μάζας, $m_2=3m_1$. Βρείτε τη σωστή απάντηση στις ερωτήσεις που ακολουθούν και δικαιολογήστε την απάντησή σας.

1. Η περίοδος της νέας ταλάντωσης γίνεται: α. Τ β. Τ/2 γ. 2Τ
2. Η μέγιστη ταχύτητα του νέου ταλαντωτή: α. Μεταβάλλεται β. Μένει η ίδια
3. Το πλάτος της νέας ταλάντωσης γίνεται: α. Α β. Α/4 γ. 2Α
4. Η ενέργεια της νέας ταλάντωσης: α. Αυξήθηκε, β. Μειώθηκε, γ. Έμεινε σταθερή

(A) Ασκήσεις και προβλήματα

Απομάκρυνση - ταχύτητα - επιτάχυνση

Α1.1 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=0,1ημ2πt (S.I). Να βρεθούν:
α. Η περίοδος της ΑΑΤ.
β. Οι μέγιστες τιμές της ταχύτητας και της επιτάχυνσης.
γ. Οι εξισώσεις ταχύτητας και επιτάχυνσης ως προς το χρόνο.
δ. Η απομάκρυνση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση τη χρονική στιγμή t=0,75s.
ε. Πόσες φορές περνάει από τη θέση ισορροπίας σε χρονικό διάστημα Δt=10s;
Δίνεται $\pi^2=10$.

α. T=1s, β. $\upsilon_0=0,2\pi m/s$, $\alpha_0=4m/s^2$, δ. x=−0,1m, υ=0, $\alpha=4m/s^2$, ε.N=20

Α1.2 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με εξίσωση ταχύτητας υ=4συν(10t+π/6), (S.I). Να υπολογιστούν:
α. Οι μέγιστες τιμές απομάκρυνσης και επιτάχυνσης.
β. Οι εξισώσεις απομάκρυνσης και επιτάχυνσης ως προς το χρόνο.
γ. Η θέση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή t=0.

α. Α=0,4m, $\alpha_0=40m/s^2$, γ. x=0,2m, $\upsilon=2\sqrt{3}m/s$, $\alpha=-20m/s^2$

Α1.3 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με εξίσωση επιτάχυνσης α=−8ημ(4t+π) (S.I).
α. Πόσο είναι το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το υλικό σημείο για να μεταβεί απευθείας από τη μια ακραία θέση στην άλλη.
β. Ποια είναι η εξίσωση απομάκρυνσης ως προς το χρόνο.
γ. Πόση είναι η τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή, t=π/4s.
δ. Να παρασταθούν γραφικά οι εξισώσεις (x−t), (υ−t), (α−t) για το χρονικό διάστημα [0,π/2]s.

α. t=π/4s, β. x=0,5ημ(4t+π), γ. υ=2m/s

Α1.4 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=Αημωt. Οι μέγιστες τιμές της ταχύτητας και της επιτάχυνσης είναι $\upsilon_0=2/\pi$ m/s και $\alpha_0=10m/s^2$.
α. Πόση είναι η περίοδος της ΑΑΤ;
β. Πόσο απέχουν οι ακραίες θέσεις της ταλάντωσης;
γ. Πόση είναι η απομάκρυνση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση τη χρονική στιγμή t=1/30s.
δ. Πόσο χρόνο χρειάζεται για να περάσει 10 φορές από τη θέση ισορροπίας;
Δίνεται $\pi^2=10$.

α. T=0,4s, β. d=8cm, γ. x=2cm, $\upsilon=\sqrt{3}/\pi$ m/s, $\alpha=-5m/s^2$, δ. Δt=2s

Α1.5 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=0,2ημωt, (S.I.). Μετράμε ότι σε χρονικό διάστημα Δt=3,14s διέρχεται 10 φορές από τη θέση ισορροπίας.
α. Να υπολογιστούν οι μέγιστες τιμές ταχύτητας και επιτάχυνσης.
β. Σε ποια χρονική στιγμή το υλικό σημείο έχει για πρώτη φορά απομάκρυνση, x=0,1m;
γ. Σε ποια χρονική στιγμή το υλικό σημείο έχει για πρώτη φορά ταχύτητα υ=1m/s.
δ. Σε ποια χρονική στιγμή το υλικό σημείο έχει για πρώτη φορά επιτάχυνση $20m/s^2$.
ε. Σε ποιες χρονικές στιγμές το υλικό σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας;

α. 2m/s, 20m/s^2, β. π/60s, γ. π/30s, δ. 3π/20s, ε. $t_1=2\kappa\pi/10$, $t_2=(2\kappa+1)\pi/10$, *k=0,1,2…*

A1.6 Υλικό σημείο μάζας που κάνει ΑΑΤ με πλάτος Α=0,2m και χρειάζεται χρόνο Δt=4s για να κάνει μια πλήρη ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή t_0=0 περνάει από τη θέση ισορροπίας με ταχύτητα θετικής αλγεβρικής τιμής.
α. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης.
β. Πόσο χρόνο χρειάζεται για να μεταβεί από τη θέση x_A=0,2m στη θέση x_B= −0,2m.
γ. Ποιες είναι οι 4 πρώτες χρονικές στιγμές για τις οποίες είναι, x=0,1m.
δ. Πόσο είναι το ελάχιστο χρονικό διάστημα που χρειάζεται για να μεταβεί από τη θέση x_1=0,1m στη θέση x_2=−0,1m.

α. x=0,2ημ(πt/2) (S.I), β. 2s, γ. 1/3s, 5/3s, 13/3s 17/3s, δ. Δt=2/3s

A1.7 Υλικό σημείο εκτελεί Α.Α.Τ με πλάτος Α=2cm και μέγιστη ταχύτητα μέτρου υ_0=20cm/s. Τη χρονική στιγμή t_0=0 περνάει από τη θέση ισορροπίας με ταχύτητα θετικής αλγεβρικής τιμής.
α. Να υπολογιστεί το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης.
β. Σε ποιες χρονικές στιγμές, στο χρονικό διάστημα της πρώτης περιόδου, η ταχύτητα γίνεται υ=−10cm/s;
γ. Σε ποιες χρονικές στιγμές, στο διάστημα της πρώτης περιόδου, η επιτάχυνση παίρνει την τιμή α=−100cm/s^2.

α. α_0*=200cm/s^2, β. π/15s,2π/15s, γ. π/60s, π/12*

A1.8 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με εξίσωση ταχύτητα $\upsilon=\upsilon_0$συν(2πt+π/2) (S.I)
α. Ποιες είναι οι δύο πρώτες χρονικές στιγμές που η ταχύτητα γίνεται, υ =$-\upsilon_0$;
β. Ποια είναι η πρώτη χρονική στιγμή που η επιτάχυνση γίνεται α=α_0/2;
γ. Ποια χρονική στιγμή η απομάκρυνση γίνεται −Α/2 για δεύτερη φορά;

α. 1/4s, 5/4s, β. 1/3s, γ. 2/3s

A1.9 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=Αημ(πt/3 +2π/3).
α. Ποια χρονική στιγμή περνάει από τη θέση ισορροπίας για πρώτη φορά;
β. Ποια χρονική στιγμή περνάει από τη θέση x=−Α για πρώτη φορά;
γ. Για πόσο χρονικό διάστημα στη διάρκεια μιας περιόδου βρίσκεται μεταξύ των θέσεων $x_1=A\sqrt{3}/2$ και $x_2=-A\sqrt{3}/2$;

α. t_1*=1s, β.* t_2*=2,5s γ. Δt=4s*

A1.10 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=Αημ(ωt +π/3).
α. Αν το μέτρο τη ταχύτητας γίνεται μέγιστο για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή t_1=8/3s να υπολογιστεί η γωνιακή συχνότητα, ω της ΑΑΤ;
β. Ποια χρονική στιγμή η επιτάχυνση θα αποκτήσει την τιμή α=+α_0 για πρώτη φορά;
γ. Πόσες φορές περνάει από τη θέση ισορροπίας σε χρονικό διάστημα, Δt=4s;

α. ω=π/4rad/s, β. t_2*=14/3s, γ. Ν=1*

▪**A1.11** Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=0,1ημ(πt/6) (S.I). Να βρεθεί το ελάχιστο χρονικό διάστημα ώστε το υλικό σημείο να πάει από τη θέση x_1=0,05m έχοντας θετική ταχύτητα, στη θέση $x_2=0{,}05\sqrt{2}$m έχοντας:
α. Θετική ταχύτητα.

β. Αρνητική ταχύτητα.

α. $\Delta t_1=0{,}5s$. β. $\Delta t_2=3{,}5s$

αρχική φάση

Α1.12 Υλικό σημείο μάζας κάνει ΑΑΤ με πλάτος Α=0,1m και γωνιακή συχνότητα ω=10rad/s. Να βρεθεί η αρχική φάση και να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης, αν είναι γνωστό ότι τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το υλικό σημείο βρίσκεται στη θέση:

α. x=0 με υ>0.
β. x=0 με υ<0.
γ. x=+0,1m.
δ. x=–0,1m.

α. 0, β. π, γ. π/2, δ.3π/2

Α1.13 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης $x=0{,}2ημ(10t+φ_0)$ στο S.I.

α. Να βρεθεί η αρχική φάση $φ_0$, αν είναι γνωστό ότι τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το υλικό σημείο περνάει από τη θέση x=0,1m και η ταχύτητα είναι: (i) υ>0, και (ii) υ<0.

β. Να γραφούν οι εξισώσεις ταχύτητας και επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο σε κάθε περίπτωση.

γ. Στην περίπτωση που είναι x=0,2ημ(10t+π/6) υπολογίστε την πρώτη χρονική στιγμή που περνάει από τη θέση ισορροπίας.

δ. Στην περίπτωση που είναι υ=2συν(10t+π/6) υπολογίστε την πρώτη χρονική στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα.

α. π/6, 5π/6, β. υ=2συν(10t+π/6), α=–20ημ(10t+π/6), υ=2συν(10t+5π/6), α=–20ημ(10t+5π/6)
γ. π/12s, δ. π/30s

Α1.14 Υλικό σημείο μάζας κάνει Α.Α.Τ με πλάτος Α=1m και περίοδο Τ=2s.

α. Πόση είναι η επιτάχυνση, όταν x=–0,5m.

β. Αν τη χρονική στιγμή $t_0=0$, η απομάκρυνση του είναι $x_1=-\sqrt{2}/2$m και κινείται προς τη θετική κατεύθυνση, πόση είναι η αρχική φάση $φ_0$ της ταλάντωσης;

γ. Πόση θα ήταν η αρχική φάση, αν τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ήταν $x_2=-\sqrt{2}/2$m και υ<0;

Δίνεται $π^2=10$.

α. $α=5m/s^2$ β. $φ_0=7π/4$,, γ. $φ_0=5π/4$

Α1.15 Υλικό σημείο κάνει Α.Α.Τ. με πλάτος Α=0,05m και κυκλική συχνότητα ω=100rad/s. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το υλικό σημείο κινείται στον αρνητικό ημιάξονα με ταχύτητα αλγεβρικής τιμής υ=+2,5m/s. Να υπολογιστεί η αρχική φάση.

$φ_0=5π/3$

Α1.16 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ και τη χρονική στιγμή $t_0=0$ η επιτάχυνση έχει τιμή $α=α_0/2$ και η ταχύτητα αρνητική αλγεβρική τιμή. Ποια είναι η αρχική φάση της ταλάντωσης;

$φ_0=7π/6$

▪**Α1.17** Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=0,6ημωt (S.I).

α. Αν το υλικό σημείο χρειάζεται Δt=1/12s για να μεταβεί απευθείας από τη θέση $x_1=0{,}3$m στη θέση $x_2=0{,}6$m να υπολογιστεί η περίοδος, Τ, της ΑΑΤ.

β. Να βρείτε τη χρονική διάρκεια για την απευθείας μετάβαση από τη θέση $x_1=-0{,}3$m στη θέση $x_2=0$.

γ. Να βρείτε την ελάχιστη χρονική διάρκεια για τη μετάβαση του υλικού σημείου από τη θέση x_1=0,3m με θετική ταχύτητα στη θέση $x_2=0{,}3\sqrt{2}$m με αρνητική ταχύτητα.
δ. Να βρείτε πόσες φορές στο χρονικό διάστημα, Δt=20s, η απομάκρυνση γίνεται κατά μέτρο ίση με 0,3m.

α. T=1/2s, β. Δt_2=1/24 γ. Δt_3= 7/48s, δ. N=160

Α1.18 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με πλάτος Α=10cm και περίοδο Τ=4s. Τη χρονική στιγμή t_0=0 η απομάκρυνση είναι x=+10cm.
α. Να παρασταθούν γραφικά απομάκρυνση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση σε σχέση με το χρόνο, στο χρονικό διάστημα της πρώτης περιόδου.
β. Να βρεθεί η χρονική στιγμή που το σώμα για δεύτερη φορά έχει απομάκρυνση x_1=–5cm με θετική φορά κίνησης.
γ. Να βρεθεί η χρονική στιγμή που η επιτάχυνση του σώματος γίνεται για πρώτη φορά ίση με $\alpha=\alpha_0\sqrt{2}/2$, με θετική φορά κίνησης.

β. t_1=20/3s, γ. t_2=2,5s

▪**Α1.19** Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=0,2ημ(πt/2). Να υπολογιστεί το ελάχιστο χρονικό διάστημα που χρειάζεται το υλικό σημείο για να μεταβεί από τη θέση $x_1=0{,}1\sqrt{3}$m στη θέση x_2=–0,1m.

Δt=1s

▪**Α1.20** Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με πλάτος Α=10cm και Τ=6s. Να βρείτε το ελάχιστο χρονικό διάστημα που χρειάζεται το υλικό σημείο για να μεταβεί από τη θέση x_1=–5cm στη θέση x_2=5cm.

Δt=1s

Α1.21 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με Τ=0,2πs.Τη χρονική στιγμή t_0=0 έχει απομάκρυνση x=0,02m και μέτρο ταχύτητας $|\upsilon|=0{,}2\sqrt{3}$m/s, ενώ κατευθύνεται προς τη θέση ισορροπίας.
α. Να υπολογίσετε το πλάτος, Α της ταλάντωσης.
β. Να γράψετε την εξίσωση επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο.

α. Α=0,04m, β. α=–4ημ(10t+5π/6) (S.I)

Α1.22 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με περίοδο Τ=3,14s και πλάτος Α=0,2m.
α. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση, κάποια χρονική στιγμή που κινείται στον θετικό ημιάξονα και έχει ταχύτητα μέτρου 0,2m/s.
β. Να υπολογιστεί η ταχύτητα κάποια χρονική στιγμή που βρίσκεται στη θέση $x=-0{,}1\sqrt{2}$m.

α. $\alpha=-0{,}4\sqrt{3}m/s^2$, β. $\pm 0{,}2\sqrt{2}m/s$

Α1.23 Υλικό σημείο μάζας m=1kg κάνει Α.Α.Τ., πλάτους Α=6cm, και τη χρονική στιγμή t_0=0 βρίσκεται στη θέση x=+3cm με ταχύτητα $\upsilon=-15\sqrt{3}$cm/s.
α. Να υπολογιστούν η αρχική φάση της ταλάντωσης φ_0 και η περίοδος Τ.
β. Να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο στο S.I.

α. φ_0=5π/6, T=0,4πs, β. x=0,06ημ(5t+5π/6), υ=0,3συν(5t+5π/6), α = -1,5ημ(5t+5π/6),(SI)

▪**Α1.24** Υλικό σημείο ταλαντώνεται απλά και αρμονικά και τη χρονική στιγμή $t_0=0$, έχει $x=-4m$, $υ=-8\sqrt{3}m/s$ και $α=16m/s^2$.
α. Να βρεθούν η περίοδος, το πλάτος και η αρχική φάσης $φ_0$.
β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο.
γ. Σε ποια χρονική στιγμή το υλικό σημείο φτάνει για πρώτη φορά στη μέγιστη θετική απομάκρυνση;

α. $T=πs$, $A=8m$, $φ_0=7π/6$, β. $x=8ημ(2t+7π/6)$, γ. $t=2π/3s$

▪**Α1.25** Σώμα μάζας $m=2kg$ κάνει ΑΑΤ με πλάτος $A=0{,}5m$. Τη χρονική στιγμή $t_1=1/6s$ η φάση της ΑΑΤ είναι $φ=2π/3rad$ και την ίδια στιγμή ο λόγος επιτάχυνσης προς ταχύτητα είναι:

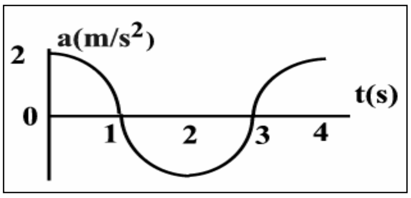
$$\frac{α}{υ}=+2π\sqrt{3} \quad (SI)$$

α. Να βρείτε τη γωνιακή συχνότητα, ω.
β. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης σε σχέση με το χρόνο.
γ. Να βρείτε τη πρώτη χρονική στιγμή που η ταχύτητα γίνεται $υ=+π$ m/s.
Δίνεται $π^2=10$.

α. $2πrad/s$, β. $x=0{,}5ημ(2πt+π/3)$ SI,), γ. $t=5/6s$

γραφικές παραστάσεις

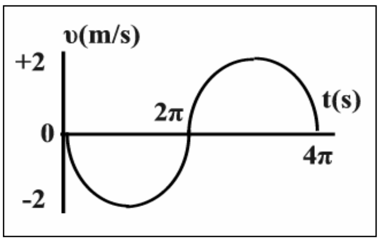
▪**Α1.26** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της μεταβολής της επιτάχυνσης ενός υλικού σημείου που κάνει ΑΑΤ σε σχέση με το χρόνο.



α. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης.
β. Να παραστήσετε γραφικά την ταχύτητα σε σχέση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα [0 – 4s].
γ. Να βρείτε τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνση γίνεται $x=-0{,}4m$ και η $υ<0$ για πρώτη φορά.

α. $x=0{,}8ημ(πt/2-π/2)$, γ. $t=10/3s$

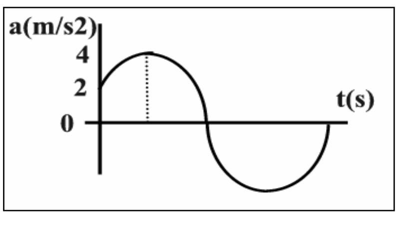
▪**Α1.27** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της μεταβολής ταχύτητας ενός υλικού σημείου σε σχέση με το χρόνο.



α. Να παραστήσετε γραφικά τις εξισώσεις της απομάκρυνσης και της επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο.
β. Να βρείτε την απομάκρυνση τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα γίνεται $υ=-1m/s$, ενώ η επιτάχυνση είναι θετική.
γ. Να βρείτε όλες τις χρονικές στιγμές που το υλικό σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.

β. $x=-2\sqrt{3}m$, γ. $t_2=(4k\pm1)π$, $κ=0,1,2…$

▪**Α1.28** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η μεταβολή της επιτάχυνσης ενός υλικού σημείου που κάνει ΑΑΤ, με περίοδο $T=2s$. Δίνεται $π^2=10$.
Να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας και να παρασταθούν γραφικά.



$x=0{,}4ημ(πt+7π/6)$, $υ=0{,}4πσυν(πt+7π/6)$ (S.I)

Η σταθερά επαναφοράς και η δύναμη επαναφοράς

Α1.29 Υλικό σημείο μάζας m=2kg κάνει Α.Α.Τ με πλάτος Α=1m και περίοδο T=2s και τη χρονική στιγμή t_0=0, η απομάκρυνση του είναι $x_1= -\sqrt{2}/2$m και κινείται προς τη θετική κατεύθυνση. Δίνεται π^2=10. Να υπολογιστούν:
α. Η σταθερά επαναφοράς.
β. Η επιτάχυνση, όταν x=−0,5m.
γ. Η αρχική φάση φ_0 της ταλάντωσης.
δ. Η δύναμη επαναφοράς τη χρονική στιγμή t_2=3s.

α. D=20N/m, β. α=5m/s² γ. φ_0=7π/4, δ. ΣF=$-10\sqrt{2}$N

Α1.30 Υλικό σημείο μάζας m=0,1kg κάνει Α.Α.Τ. με πλάτος Α=0,05m και κυκλική συχνότητα ω=100rad/s. Τη χρονική στιγμή t_0=0 το υλικό σημείο κινείται στον αρνητικό ημιάξονα με ταχύτητα αλγεβρικής τιμής υ=+2,5m/s.
α. Να υπολογιστεί η αρχική φάση.
β. Πόσο είναι το μέτρο της μέγιστης τιμής της δύναμης επαναφοράς;
γ. Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο.

α. φ_0=5π/3, β. 50N, γ. F= -50ημ(100t+5π/3)

Α1.31 Υλικό σημείο μάζας m=0,2kg εκτελεί Α.Α.Τ. με α_0=1m/s². Τη χρονική στιγμή t_0=0 κατά την οποία διέρχεται από μια θέση με απομάκρυνση x=+2m, έχει ταχύτητα υ=$+\sqrt{3}$m/s.
α. Να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της δύναμης επαναφοράς σε συνάρτηση με το χρόνο.
β. Σε ποια χρονική στιγμή περνάει για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας;
γ. Πόση είναι η σταθερά επαναφοράς.

α. x=4ημ(0,5t+π/6), υ=2συν(0,5t+π/6), F=−0,2ημ(0,5t+π/6), β. t=5π/3s, γ. D=0,05N/m

▪**Α1.32** Υλικό σημείο μάζας m=100g κάνει ΑΑΤ με μέγιστη ταχύτητα υ_0=5m/s και συχνότητα f=10/πHz. Τη χρονική στιγμή t=0, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι dp/dt=−5kgm/s² και η ταχύτητα έχει αρνητική αλγεβρική τιμή. Να βρεθούν:
α. Η εξίσωση απομάκρυνσης.
β. Η χρονική στιγμή που γίνεται για πρώτη φορά η ταχύτητα υ=$-2,5\sqrt{3}$m/s.

α. x=0,25ημ(20t+5π/6), β. t=0

▪**Α1.33** Υλικό σημείο μάζας m=0,1kg κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=Αημ(ωt+φ_0) και εξίσωση συνισταμένης δύναμης ΣF=−40x. Τη χρονική στιγμή t=0 η θέση του σημείου είναι x=0,05m και η ταχύτητα υ=$-\sqrt{3}$m/s. Να βρεθούν:
α. Η γωνιακή συχνότητα, ω.
β. Το πλάτος, Α.
γ. Η αρχική φάση, φ_0.

δ. Η επιτάχυνση τη χρονική στιγμή $t=0$.
ε. Να γίνει η γραφική παράσταση της ΣF ως προς x.

α. $\omega=20rad/s$, β. $A=0,1m$, γ. $\varphi_0=5\pi/6$, δ. $\alpha=-20m/s^2$

Η ενέργεια της ΑΑΤ και η διατήρησή της

Α1.34 Σώμα μάζας m=1kg κάνει αρμονικές ταλαντώσεις πλάτους A=1m.Η περίοδος της ταλάντωσης μετρήθηκε $T=\pi/2s$. Να βρεθούν:
α. Η ενέργεια της ταλάντωσης.
β. Το μέτρο της δύναμης επαναφοράς που ασκείται στο σώμα τη χρονική στιγμή που δυναμική ενέργεια είναι 2J.
γ. Η τιμή της κινητικής ενέργειας την ίδια χρονική στιγμή.

α. E=8J β. F=8N, γ.K=6J

Α1.35 Υλικό σημείο μάζας m=1kg κάνει ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς D=100N/m. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ βρίσκεται στη θέση x=0,1m με ταχύτητα $\upsilon=\sqrt{3}m/s$.
α. Πόση είναι η ενέργεια της ταλάντωσης;
β. Πόσο είναι το πλάτος, Α.
γ. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης ως προς το χρόνο.
δ. Να γράψετε τις εξισώσεις της κινητικής και δυναμικής ενέργειας ως προς το χρόνο.

α. E=2J. β. A=0,2J, γ. $x=0,2\eta\mu(10t+\pi/6)$. δ. $K=2\sigma\upsilon\nu^2(10t+\pi/6)$, $U=2\eta\mu^2(10t+\pi/6)$, (S.I)

Α1.36 Υλικό σημείο κάνει Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης $x=0,2\eta\mu\omega t$.
α. Για ποια τιμή της απομάκρυνσης x, η δύναμη επαναφοράς έχει μέτρο 200N, ενώ ταυτόχρονα η δυναμική ενέργεια είναι 10J;
β. Πόση είναι η σταθερά επαναφοράς;
γ. Πόση είναι η ολική ενέργεια του ταλαντωτή;
δ. Να γραφούν οι εξισώσεις της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας σε συνάρτηση με την απομάκρυνση και να παρασταθούν γραφικά σε κοινό διάγραμμα.

α. x= 0,1m, β. $D=2,10^3N/m$, γ. 40J, δ. $U=10^3x^2$, $K=40-10^3x^2$

Α1.37 Υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ με ω=10rad/s και πλάτος Α=0,2m.
α. Πόση είναι η ταχύτητα, υ στη θέση που η απομάκρυνση είναι x=0,1m;
β. Πόση είναι η απομάκρυνση x, όταν η ταχύτητα είναι υ=1m/s;

α. $\pm\sqrt{3}m/s$, β. $\pm0,1\sqrt{3}m$

Α1.38 Σε μια Α.Α.Τ. όταν η απομάκρυνση είναι $x_1=0,6m$, η ταχύτητα είναι $\upsilon_1=0,5m/s$. 'Οταν όμως η απομάκρυνση γίνει $x_2=0,5m$ η ταχύτητα γίνεται $\upsilon_2=0,6m/s$. Να υπολογιστούν η περίοδος, Τ και το πλάτος, Α της ταλάντωσης.

$T=2\pi s$, A=0,78m

Α1.39 Υλικό σημείο μάζας m=0,4kg εκτελεί ΑΑΤ με πλάτος Α, περίοδο, Τ και $\varphi_0=0$.
α. Όταν η απομάκρυνση είναι $x_1=0,15m$ τότε η ταχύτητα είναι $\upsilon_1=1,2m/s$, ενώ όταν είναι $x_2=0,2m$, η ταχύτητα γίνεται $\upsilon_2=0,9m/s$. Πόση είναι η ολική ενέργεια του ταλαντωτή;
β. Ποιο ποσοστό της ολικής του ενέργειας είναι η κινητική ενέργεια, τη στιγμή που η απομάκρυνση είναι $x=\pm A/2$.

γ. Ποιο ποσοστό της ολικής του ενέργειας είναι η κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή t=T/8.

α. E=0,45J, β. 75%, γ. 50%

Α1.40 Σε μια ΑΑΤ η εξίσωση της κινητικής ενέργειας σε σχέση με την απομάκρυνση δίνεται από την εξίσωση $K=0{,}5-50x^2$ (SI). Να υπολογιστούν:
α. Η ολική ενέργεια.
β. Το πλάτος.
γ. Κάποια στιγμή το 25% της κινητικής ενέργειας έχει μετατραπεί σε δυναμική. Σε ποια θέση βρίσκεται τότε ο ταλαντωτής;
δ. Αν διπλασιαστεί το πλάτος ποια θα είναι τότε η εξίσωση της κινητικής ενέργειας σε σχέση με την απομάκρυνση;

α. 0,5J, β. 0,1m, γ. ±0,05m, δ. $K=2-50x^2$ *(SI)*

Α1.41 Υλικό σημείο κάνει Α.Α.Τ της οποίας η στιγμιαία απομάκρυνση δίνεται από την εξίσωση: $x=\sqrt{2}$ημ(2πt) (το x σε cm, το t σε s).
α. Να βρεθούν οι απομακρύνσεις x για τις οποίες είναι K=U.
β. Να βρεθεί η απομάκρυνση x στην οποία η ταχύτητα έχει μέτρο $\upsilon=\pi\sqrt{2}$cm/s.
γ. Να βρεθεί η ταχύτητα υ όταν η απομάκρυνση έχει μέτρο $x=\sqrt{2}/2$cm.
δ. Να βρεθούν όλες οι χρονικές στιγμές μέσα στο διάστημα της πρώτης περιόδου στις οποίες η δυναμική ενέργεια γίνεται ίση με την κινητική.
ε. Να γίνουν σε κοινά διαγράμματα οι γραφικές παραστάσεις της δυναμικής, κινητικής και της ολικής ενέργειας σε σχέση με (i) την απομάκρυνση, x και (ii) το χρόνο, t.

α. ±1cm, β. $\pm\sqrt{6}/2$*cm, γ.* $\pm\pi\sqrt{6}$*cm/s, δ. 1/8s, 3/8s, 5/8s, 7/8s*

Α1.42 Ελατήριο σταθεράς k φέρει στο ένα άκρο του σώμα μάζας m=1kg και κάνει κατακόρυφες ΑΑΤ εξαρτημένο από το άλλο άκρο του από ακλόνητο σημείο. Στη θέση στην οποία η απομάκρυνση είναι x=+5cm και η επιτάχυνση είναι $\alpha=-80$cm/s^2 παρατηρούμε ότι η κινητική ενέργεια είναι τριπλάσια από τη δυναμική. Να βρεθούν:
α. Η σταθερά του ελατηρίου k.
β. Το πλάτος της ταλάντωσης.
γ. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας.
δ. Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης.
ε. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας στη θέση x=0.

α. k=16N/m, β. A=10cm, γ. $\upsilon_0=40$*cm/s, δ. 160cm/s*^{2}*, ε. dK/dt=0*

Α1.43 Υλικό σημείο εκτελεί ΑΑΤ και έχει μάζα m=1kg και ολική ενέργεια $E=18\cdot10^{-4}$J. Η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση $\alpha=-4x$ στο S.I.
α. Πόση είναι η ταχύτητα στη θέση εκείνη που η δυναμική ενέργεια είναι $U=10\cdot10^{-4}$J;
β. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης x=f(t), αν για $t_0=0$ είναι U=0 και το υλικό σημείο κινείται κατά την αρνητική κατεύθυνση του άξονα ταλάντωσης.
γ. Πόσες φορές γίνεται K=U σε χρονικό διάστημα Δt=5π s;
δ. Να παραστήσετε γραφικά την απομάκρυνση x και τη δυναμική ενέργεια σε συνάρτηση με το χρόνο.

α. υ=±0,04m/s, β. $x=3\cdot10^{-2}$*ημ(2t+π), γ. N=20*

▪**Α1.44** Σώμα μάζας m=1kg κάνει ΑΑΤ, η ολική του ενέργεια είναι Ε=50J και η μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς έχει μέτρο 200Ν.
α. Να γραφεί η εξίσωση της επιτάχυνσης, αν γνωρίζετε ότι τη χρονική στιγμή $t_0=0$ η αλγεβρική τιμή της δύναμης είναι –100Ν και η ταχύτητα θετική.
β. Πόσο είναι το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του σώματος;
γ. Ποια είναι η δεύτερη χρονική στιγμή που γίνεται $\alpha = -100 m/s^2$;
δ. Πόσο είναι το έργο της δύναμης επαναφοράς από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μέχρι τη στιγμή που η δυναμική ενέργεια θα είναι το 75% της συνολικής ενέργειας.

α. α= - 200ημ(20t+π/6) (S.I), β. π/20s, γ. π/30s, δ. –25J

▪**Α1.45** Σώμα εκτελεί ΑΑΤ με πλάτος Α=0,2m και περίοδο Τ=πs. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης αν είναι γνωστό ότι τη χρονική στιγμή $t_0=0$ γίνεται για πρώτη φορά:
i) K=3U και x<0, υ<0.
ii) U=3K και x>0, υ<0.

i) x=0,2ημ(2t+7π/6), ii) x=0,2ημ(2t+2π/3) στο S.I.

▪**Α1.46** Υλικό σημείο μάζας m=0,5kg κάνει ΑΑΤ με περίοδο Τ=πs και πλάτος Α. Αν προσφέρουμε στο υλικό σημείο πρόσθετη ενέργεια ΔΕ=0,05J το πλάτος της ΑΑΤ αυξάνεται κατά 0,1m. Να βρεθούν:
α. Το αρχικό πλάτος, Α και η σταθερά επαναφοράς, D.
β. Η μέγιστη τιμή της κινητικής ενέργειας.

α. Α=0,2m, D=2N/m, K_0=0,04J

▪**Α1.47** Σώμα κάνει ΑΑΤ με περίοδο Τ=0,5s και κατά τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το σώμα διέρχεται από σημείο Σ του θετικού ημιάξονα, κινούμενο κατά τη θετική κατεύθυνση. Στο σημείο Σ η δυναμική ενέργεια του ταλαντωτή είναι τριπλάσια της κινητικής. Στο χρονικό διάστημα από t=0 έως t=T/12 η κινητική ενέργεια του σώματος ελαττώνεται κατά $2{,}5\cdot10^{-4}$J.
α. Να γραφούν οι εξισώσεις της δυναμικής και κινητικής ενέργειας του ταλαντωτή σε συνάρτηση με το χρόνο.
β. Πόσο είναι το έργο της δύναμης επαναφοράς από t=0 έως t=T/4;

α. $U=10^{-3}$ημ^2(4πt+π/3), K =10^{-3}συν^2(4πt+π/3), β. W=$5\cdot10^{-4}$J

▪**Α1.48** Υλικό σημείο μάζας m=0,1kg εκτελεί ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας της μορφής $x=0{,}2\sqrt{2}$ημ$(20\pi t+\varphi_0)$ στο S.I. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ είναι Κ=3Ε/4, ενώ κινείται στο θετικό ημιάξονα προς την αρνητική κατεύθυνση. Δίνεται $\pi^2=10$.
α. Να υπολογιστεί η τιμή της αρχικής φάσης φ_0;
β. Για ποιες τιμές της ταχύτητας, ισχύει U = K.
γ. Πόσο είναι το έργο της δύναμης επαναφοράς από $t_0=0$ έως ότου να γίνει K=U.
δ. Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας όταν K=U με x>0 και υ>0;

α. φ_0= 5π/6, β. υ=±4πm/s, γ. W=–4J, δ. –320πJ/s

▪**Α1.49** Υλικό σημείο μάζας m=0,01kg εκτελεί ΑΑΤ με ολική ενέργεια $E=32\cdot10^{-4}$J, ενώ η σχέση που συνδέει την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας και επιτάχυνση α είναι της μορφής α=–16x στο S.I.

α. Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας της ΑΑΤ σε συνάρτηση με το χρόνο, αν είναι γνωστό ότι τη χρονική στιγμή $t_0=0$, το υλικό σημείο έχει ίσες την κινητική και τη δυναμική του ενέργεια, βρίσκεται στον αρνητικό ημιάξονα και κινείται προς τη θετική κατεύθυνση.
β. Να γράψετε την εξίσωση της δυναμικής ενέργειας σαν συνάρτηση του χρόνου αν γνωρίζετε ότι για $t_0=0$, $K = U$, $x>0$ και $υ>0$.

α. $υ=0,8συν(4t+3π/4)$ β. $U=32\cdot 10^{-4}ημ^2(4t+π/4)$ στο S.I.

►**Α1.50** Σώμα μάζας m=0,5kg κάνει ΑΑΤ με ταχύτητα που δίνεται από την εξίσωση $υ=υ_0συν2πt$ (S.I). Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι E=40J. Να βρεθούν:
α. Η σταθερά επαναφοράς
β. Το πλάτος της ΑΑΤ και η μέγιστη ταχύτητα του σώματος.
γ. Η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας τη στιγμή που η ταχύτητα είναι, $υ=2\sqrt{3}π$ m/s.
δ. Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή που η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης ισούται με U=3,6J.
ε. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος και ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης τη στιγμή που είναι $x=-1$m και η $υ>0$. Δίνεται $π^2=10$.

α. 20N/m, β. A=2m, $υ_0=4π$m/s, γ. $x=\pm 1$m, δ. $α=\pm 24m/s^2$, ε. $dK/dt=40\sqrt{3}π$J/s, $dU/dt=-40\sqrt{3}π$J/s

Ε1.51 Μια ΑΑΤ έχει εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής $x=0,2ημ(πt+π/2)$, (SI) και σταθερά επαναφοράς D=100N/m. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις:
α. Της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας σε σχέση με το χρόνο σε κοινό διάγραμμα.
β. Της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας σε σχέση με την απομάκρυνση σε κοινό διάγραμμα.
γ. Της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας σε σχέση με την ταχύτητα σε κοινό διάγραμμα.

Ο αρμονικός ταλαντωτής «μάζα – ελατήριο»

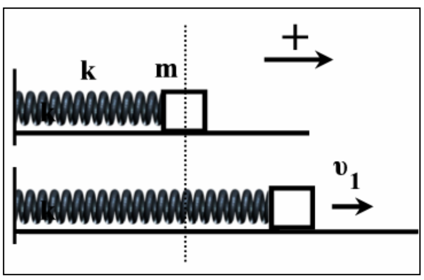
Α1.52 Σώμα μάζας m=1kg δένεται στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ελατηρίου, σταθεράς k=16N/m, το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα αρχικά ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Απομακρύνουμε το σώμα κατά 0,1m από τη θέση ισορροπίας επιμηκύνοντας οριζόντια το ελατήριο.
α. Αφήνουμε ελεύθερο το σώμα τη χρονική στιγμή $t_0=0$ και αυτό κάνει οριζόντιες ταλαντώσεις. Να αποδείξετε ότι είναι αρμονικές και να υπολογίσετε την περίοδο T.
β. Να γράψετε τις εξισώσεις απομάκρυνσης και δυναμικής ενέργειας σε συνάρτηση με το χρόνο, αν θεωρήσετε ως θετική την κατεύθυνση της επιμήκυνσης του ελατηρίου.
γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή που διέρχεται από θέση με απομάκρυνση x=0,05m από τη θέση ισορροπίας.
δ. Να παραστήσετε γραφικά την απομάκρυνση και τη δυναμική ενέργεια σε σχέση με το χρόνο και να υπολογίσετε τις δύο πρώτες χρονικές στιγμές που γίνεται x=–0,1m.

α. $T=\pi/2$ s, β. $x=0{,}1\eta\mu(4t+\pi/2)$, $U=0{,}08\eta\mu^2(4t+\pi/2)$, γ. $\upsilon=0{,}2\sqrt{3}$m/s, δ. $\pi/4$s, $3\pi/4$s

Α1.53 Σώμα μάζας m=1kg δένεται στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ελατηρίου, σταθεράς k το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα αρχικά ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Συσπειρώνουμε το ελατήριο και το αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή t=0. Μετά από χρόνο $t_1=\pi/8$s που περνάει για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας έχει κινητική ενέργεια, K=4J.
Να υπολογιστούν:
α. Η ενέργεια που δαπανήσαμε για να συσπειρώσουμε το ελατήριο.
β. Η σταθερά του ελατηρίου.
γ. Η εξίσωση της ταχύτητας ως προς το χρόνο.
δ. Το έργο της δύναμης του ελατηρίου από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μέχρι την $t_1=\pi/8$s.
Να θεωρήσετε ως θετική την κατεύθυνση της επιμήκυνσης του ελατηρίου.

α. W=4J, β.k=16N/m, γ. $\upsilon=2\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu(4t+3\pi/2)$, δ. 4J

Α1.54 Σώμα μάζας m=0,05kg δένεται στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ελατηρίου, σταθεράς k=20N/m το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα αρχικά ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Απομακρύνουμε το σώμα κατά $x_1=0{,}1\sqrt{3}$m από τη θέση ισορροπίας επιμηκύνοντας οριζόντια το ελατήριο και τη χρονική στιγμή $t_0=0$, το εκτοξεύουμε προς τη θετική κατεύθυνση με ταχύτητα $\upsilon_1=2$m/s. Το σώμα κάνει ΑΑΤ.



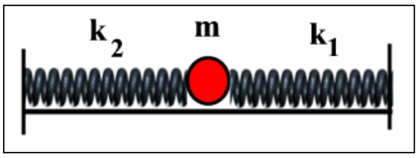
α. Πόση είναι η ενέργεια του συστήματος;
β. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας σε σχέση με το χρόνο, t.
γ. Να γράψετε τη εξίσωση της κινητικής ενέργειας σε σχέση με την απομάκρυνση, x.
δ. Πόσο είναι ο ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας του ταλαντωτή τη στιγμή $t_0=0$;
Να θεωρήσετε ως θετική την κατεύθυνση της επιμήκυνσης του ελατηρίου.

α.Ε=0,4J, β. x=0,2ημ(20t+π/3), γ. K=0,4–10x², δ. dK/dt=–4√3J/s

▪**Α1.55** Σώμα μάζας m=5kg δένεται στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ελατηρίου, σταθεράς k το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο και κάνει ΑΑΤ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα βρίσκεται στην αρνητική ακραία θέση ταλάντωσης, Δ και μετά από 40s επανέρχεται στην ίδια θέση, Δ, αφού περάσει 8 φορές από τη θέση ισορροπίας του. Η απόσταση ανάμεσα από τις δύο ακραίες θέσεις ταλάντωσης είναι 4m.
α. Πόση είναι η σταθερά του ελατηρίου;
β. Πόση είναι η απόσταση ανάμεσα από τις δύο θέσεις στις οποίες η δυναμική ενέργεια είναι ίση με την κινητική;
γ. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις απομάκρυνσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης.
δ. Να βρεθεί η ελάχιστη χρονική διάρκεια μετάβασης του σώματος από τη θέση με $x_1=\sqrt{3}$m στη θέση με $x_2=-\sqrt{2}$m. Δίνεται ότι $\pi^2=10$.

α. k=2N/m, β. 2√2m, γ. x=2ημ(πt/5+3π/2), SI, δ. Δt=35/12s

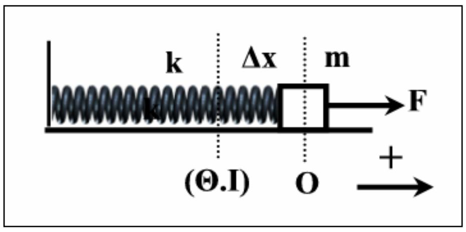
▪**Α1.56** Μικρή σφαίρα μάζας m=0,1kg στερεώνεται μεταξύ των άκρων δύο ελατηρίων με σταθερές $k_1=k_2=80$N/m, τα άλλα άκρα των οποίων στηρίζονται σε ακλόνητα σημεία όπως φαίνεται στο σχήμα. Αρχικά και τα δύο ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος. Απομακρύνουμε τη σφαίρα κατά 0,02m από τη θέση ισορροπίας, σε οριζόντια διεύθυνση προς τα αριστερά και την αφήνουμε ελεύθερη τη χρονική στιγμή t=0.



α. Να δείξετε ότι το σύστημα θα εκτελέσει Α.Α.Τ και να υπολογίσετε σταθερά επαναφοράς.
β. Να βρείτε την περίοδο και την ολική ενέργεια του συστήματος.
γ. Να κατασκευάσετε την εξίσωση απομάκρυνσης, αν θεωρηθεί ως x=0 η θέση ισορροπίας και ως θετική η κατεύθυνση προς τα αριστερά.
δ. Σε ποια χρονική στιγμή περνάει για τρίτη φορά από τη θέση ισορροπίας;
ε. Πόσο είναι το μέτρο της δύναμης που ασκεί το ελατήριο k_1 στο σώμα εκείνη τη στιγμή που η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι $U=2\cdot10^{-3}$J.
ε. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής δυναμικής ενέργειας του συστήματος στη θέση εκείνη που η ταχύτητα είναι υ=+0,4m/s και η x>0.

α. D=160N/m, β. T=0,05πs, E=32,10⁻³J, γ. x=0,02ημ(40t+π/2), SI, δ. t=5T/4,ε. F=0,4N
στ. dU/dt=+0,64√3J/s

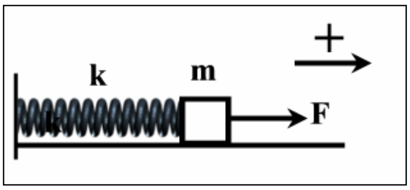
Α1.57 Σώμα μάζας m=2kg στερεώνεται στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ελατηρίου, σταθεράς k=800N/m το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο. Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη F και το αναγκάζει να ισορροπεί σε θέση Ο στην οποία το ελατήριο παρουσιάζει επιμήκυνση Δx=0,4m. Τη χρονική στιγμή t=0 καταργείται η δύναμη, F, οπότε το σώμα αφήνεται ελεύθερο να κάνει ΑΑΤ.



α. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση απομάκρυνσης.
β. Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος όταν αυτό περνάει από τη θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.
γ. Να βρείτε το έργο της δύναμης του ελατηρίου από τη χρονική στιγμή $t_1=\pi/120$s έως τη χρονική στιγμή, $t_2=\pi/60$s.

α. $x=0,4ημ(20t+π/2)$ (S.I), β. $υ=8m/s$, γ. $W=32J$

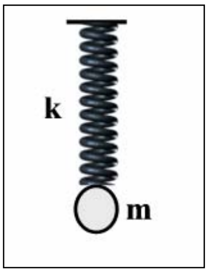
►**A1.58** Σώμα μάζας m=1kg στερεώνεται στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ελατηρίου, σταθεράς k=100N/m το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα αρχικά ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0, ασκούμε στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη F=10N, με φορά προς τα δεξιά, η οποία ασκείται σε όλη τη διάρκεια της ταλάντωσης.



α. Δείξτε ότι το σώμα κάνει ΑΑΤ και υπολογίστε τη σταθερά επαναφοράς.
β. Υπολογίστε τη συνολική ενέργεια της ταλάντωσης.
γ. Βρείτε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.
δ. Γράψτε την εξίσωση απομάκρυνσης .
Ως θετική να θεωρηθεί η φορά της άσκησης της δύναμης, F.

α. $D=100N/m$, β. $E=0,5J$, γ $U_{ελ}=2J$, δ. $x=0,1ημ(10+3π/2)$

▪**A1.59** Σώμα μάζας m=1kg κρέμεται από το ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του προς τα κάτω κατά 0,2m και το αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή $t_0=0$. Αν θεωρηθεί ως αρχή του άξονα ταλάντωσης η θέση ισορροπίας και ως θετική η κατεύθυνση προς τα κάτω να υπολογιστούν:



α. Το μέτρο της ταχύτητας όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση Σ με απομάκρυνση $x=-0,1m$ από τη θέση ισορροπίας του.
β. Το μέτρο της επιτάχυνσης όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.
γ. Η εξίσωση απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο.
δ. Η χρονική στιγμή κατά την οποία διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση Σ.
ε. Το πηλίκο των μέτρων της δύναμης του ελατηρίου προς τη δύναμη επαναφοράς τη χρονική στιγμή $t_0=0$.
Δίνεται $g=10m/s^2$.

α. $υ=\sqrt{3}m/s$ β. $α=0$, γ. $x=0,2ημ(10t+π/2)$, δ. $t=π/15s$, ε.3/2

A1.60 Σώμα μάζας m=1kg κρέμεται από ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς k, το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο και το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο να παρουσιάζει επιμήκυνση από το φυσικό του μήκος κατά 0,1m. Απομακρύνουμε κατακόρυφα το σώμα από τη θέση ισορροπίας έτσι ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και το αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή $t_0=0$. Αν θεωρηθεί ως αρχή του άξονα ταλάντωσης η θέση ισορροπίας και ως θετική η κατεύθυνση προς τα πάνω:
α. Να δείξετε ότι το σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και να υπολογίστε την περίοδο Τ.
β. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της ταχύτητας, υ–t, στο S.I.
γ. Να βρείτε τη δύναμη επαναφοράς στις θέσεις $x=\pm A$.
δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας σε απομάκρυνση x=0,05m, από τη θέση ισορροπίας.
ε. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης επαναφοράς και το έργο της δύναμης του ελατηρίου από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ έως την $t_1=T/2$.
Δίνεται ότι $g=10m/s^2$.

α. $T=0,2πs$, β. $υ=συν(10t+π/2)$, γ. $ΣF=\pm10$ N, δ. $\sqrt{3}/2m/s$, ε. $ΣW=0$, $W_{ελ}=-2J$

A1.61 Στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=100N/m κρέμεται σώμα μάζας m=1kg, ενώ το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο.

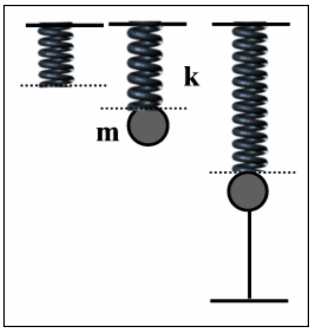
Ανυψώνουμε το σώμα κατακόρυφα ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος (σημείο Α) και τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το αφήνουμε ελεύθερο να εκτελέσει κατακόρυφες ΑΑΤ. Αν θεωρηθεί ως αρχή του άξονα ταλάντωσης η θέση ισορροπίας και ως θετική η κατεύθυνση προς τα κάτω:
α. Πόση ενέργεια προσφέραμε στον ταλαντωτή για να κάνει ΑΑΤ;
β. Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο.
γ. Να υπολογιστεί η ταχύτητα με την οποία διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας;
δ. Η ταχύτητα με την οποία διέρχεται για πρώτη φορά από το σημείο Δ στο οποίο το ελατήριο παρουσιάζει επιμήκυνση από το φυσικό του μήκος 0,04m.
ε. Ο ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας όταν περνάει από τη θέση ισορροπίας.
Δίνεται $g=10m/s^2$. *Η απομάκρυνση x μετριέται από τη θέση ισορροπίας και όχι από το φυσικό μήκος.

α. 0,5J, β. $x=0,1ημ(10t+3π/2)$, γ. $υ_0=1m/s$, δ. $υ=0,8m/s$, ε. $dK/dt=0$

▪**Α1.62** Στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=100N/m κρέμεται σώμα μάζας m=1kg ενώ το άνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Ανυψώνουμε το σώμα κατακόρυφα ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και τη χρονική στιγμή $t_0=0$ δίνουμε από τη θέση αυτή στο σώμα κατακόρυφη ταχύτητα μέτρου $υ=\sqrt{3}m/s$ με φορά προς τα κάτω. Αν θεωρηθεί ως αρχή του άξονα ταλάντωσης η θέση ισορροπίας και ως θετική η κατεύθυνση προς τα κάτω, να υπολογιστούν:
α. Η εξίσωση απομάκρυνσης x=f(t) και η εξίσωση ταχύτητας υ=f(t) της ταλάντωσης του σώματος.
β. Η χρονική στιγμή που το σώμα περνάει για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας.
γ. Η δύναμη επαναφοράς στη θέση εκείνη που η ταχύτητα γίνεται για πρώτη φορά 1m/s.
δ. Ο ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας τη στιγμή που ξεκινάει η ταλάντωση ($t_0=0$).
ε. Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου τη στιγμή που περνάει για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας.
Δίνεται $g=10m/s^2$.

α. $x=0,2ημ(10t-π/6)$ β. $t=π/60s$, γ. $ΣF=-10\sqrt{3}N$, δ. $dK/dt=10\sqrt{3}m/s$ ε. 20J/s

►**Α1.63** Ελατήριο σταθεράς k=100N/m κρέμεται από ακλόνητο σημείο και στο ελεύθερο άκρο του φέρει σώμα μάζας m=1kg. Επιμηκύνουμε το ελατήριο και δένουμε το σώμα με αβαρές νήμα από το ακλόνητο δάπεδο όπως στο σχήμα. Το σώμα ισορροπεί και η τάση του νήματος μετρήθηκε, $F_ν=10N$. Κόβουμε το νήμα τη χρονική στιγμή $t_0=0$ και το σώμα κάνει κατακόρυφες ΑΑΤ. Να υπολογιστούν:



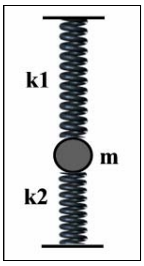
α. Η επιμήκυνση του ελατηρίου πριν κοπεί το νήμα.
β. Το πλάτος των ΑΑΤ.
γ. Ο χρόνος που χρειάζεται για να φτάσει το σώμα μέχρι το υψηλότερο σημείο της τροχιάς του.
δ. Η εξίσωση απομάκρυνσης των ΑΑΤ, αν θεωρηθεί ως x=0 η θέση ισορροπίας του ελεύθερου σώματος μετά την κοπή του νήματος και θετική η κατεύθυνση προς τα πάνω.
ε. Τα έργα της δύναμης επαναφοράς και της δύναμης του ελατηρίου από τη στιγμή $t_0=0$ έως να περάσει από τη θέση ισορροπίας του.
Δίνεται $g=10m/s^2$.

α. 0,2m, β. $A=0,1m$, $t=π/10s$, δ. $x=0,1ημ(10t+3π/2)$, ε. $ΣW=0,5J$, $W_{ελ}=1,5J$

Α1.64 Το ένα άκρο του κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k κρέμεται από ακλόνητο σημείο ενώ στο άλλο άκρο του έχει στερεωθεί σώμα βάρους w=10N. Εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του, κατά 10cm πάνω από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί τη χρονική στιγμή t=0. Το σώμα σταματάει στιγμιαία για πρώτη φορά τη στιγμή $t_1=\pi/10$s.
α. Να βρεθεί η σταθερά ελατηρίου.
β. Να βρεθεί το πλάτος και να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης αν θεωρήσουμε ως θετική την απομάκρυνση του σημείου εκκίνησης του σώματος.
γ. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του σώματος τη στιγμή που το σώμα διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση εκείνη που συμπίπτει με το άκρο του φυσικού μήκους του ελατηρίου.
δ. Να βρεθεί το έργο της δύναμης επαναφοράς από τη χρονική στιγμή t=0 έως τη στιγμή t=7π/20s. Δίνεται $g=10m/s^2$.

α. k=100N/m, β. x=0,2ημ(10t+π/2), γ. $\Delta K/\Delta t=10\sqrt{3}J/s$, $\Delta U/\Delta t=-10\sqrt{3}J/s$, δ. ΣW=2J

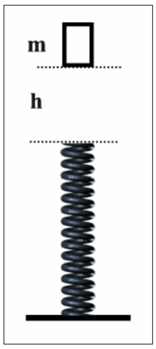
▪**Α1.65** Μικρή σφαίρα μάζας m=0,1kg ισορροπεί συνδεδεμένη μεταξύ των άκρων δύο ελατηρίων με σταθερές $k_1=k_2=80$N/m, τα άλλα άκρα των οποίων στηρίζονται σε ακλόνητα σημεία όπως φαίνεται στο σχήμα. Στη θέση αυτή οι παραμορφώσεις των δύο ελατηρίων είναι κατά μέτρο ίσες. Απομακρύνουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας της, σε κατακόρυφη διεύθυνση προς τα κάτω και την αφήνουμε ελεύθερη. Για να κάνουμε την απομάκρυνση εφοδιάζουμε το σύστημα με πρόσθετη ενέργεια $32\cdot10^{-3}$J. Δίνεται $g=10m/s^2$.



α. Πόση είναι η μέγιστη τιμή της δύναμης που ασκήσαμε για να απομακρύνουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας της;
β. Να δείξετε ότι το σύστημα όταν αφεθεί ελεύθερο θα εκτελέσει Α.Α.Τ. και να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς.
γ. Ο χρόνος που μεσολαβεί από τη στιγμή που η σφαίρα αφέθηκε ελεύθερη μέχρι να περάσει για πρώτη φορά από την αρχική θέση ισορροπίας της.
δ. Να βρείτε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας όταν περνάει από τη θέση στην οποία το ελατήριο k_1 παρουσιάζει επιμήκυνση Δℓ=0,01625m από το φυσικό του μήκος.

α. F=3,2N, β.D=160N/m, γ. $\Delta t=1{,}25\pi\cdot10^{-2}$s, δ. $dv/dt=16m/s^2$

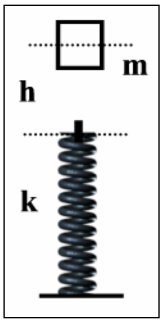
►**1.66** Σώμα μάζας m=2kg βρίσκεται σε ύψος h=15cm πάνω από το ελεύθερο άκρο κατακόρυφου και ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=200N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο έδαφος. Το σώμα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου. Το σώμα συναντά το ελατήριο στο σημείο και στη συνέχεια παραμένει συνδεδεμένο με το άκρο του. Κατά την επαφή τους δεν υπάρχει καμιά απώλεια ενέργειας. Δίνεται $g=10m/s^2$.



α. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου.
β. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο. Ως θετική να θεωρηθεί η φορά προς τα κάτω και ως t=0 η χρονική στιγμή που το σώμα συναντά το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου.
Να υπολογίσετε ακόμα: γ. Το λόγο του μέτρου της δύναμης επαναφοράς της ΑΑΤ προς το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου στη θέση μέγιστης συσπείρωσης.
δ. Το έργο της δύναμης επαναφοράς και το έργο της δύναμης του ελατηρίου από τη στιγμή που το σώμα ήρθε σε επαφή με το ελατήριο μέχρι τη θέση μέγιστης συσπείρωσης του.
ε. Το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ταλαντωτή τη χρονική στιγμή t=0.

α. 0,3m, β. x=0,2ημ(10t+11π/6),SI, γ.2/3, δ.-3J, –9J, ε. $-20\sqrt{3}J/s$

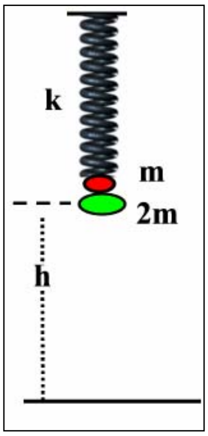
►Α1.67 Κατακόρυφο ελατήριο είναι στερεωμένο στο έδαφος και βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Κατά τον άξονα του ελατηρίου και σε ύψος h=0,3m πάνω από το ελεύθερο άκρο του αφήνουμε να πέσει σώμα μάζας, m=0,5kg. Το σώμα κατά την κάθοδό του συναντά το ελατήριο συνδέεται με αυτό, χωρίς απώλειες ενέργειας και κάνει ΑΑΤ. Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος είναι υ_{max}=4m/s. Δίνονται $g=10m/s^2$ και $\pi^2=10$. Να βρεθούν:



α. Η σταθερά k του ελατηρίου.
β. Η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου.
γ. Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη θέση που το σώμα έχει μέγιστη ταχύτητα.
δ. Το έργο της δύναμης του ελατηρίου από τη στιγμή που το σώμα έρχεται σε επαφή με το ελεύθερο άκρο του μέχρι να περάσει από τη θέση ισορροπίας του.

α. k=5N/m, β. x_{max}=2,27m, γ. U=2,5J. δ. $W_{ελ}$=–2,5J

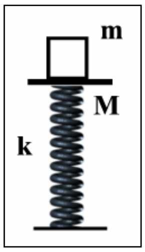
▪Α1.68 Κατακόρυφο ελατήριο είναι εξαρτημένο από ακλόνητο σημείο και φέρει στο κάτω άκρο του δύο σώματα με μάζες m_1=m και m_2=2m αντιστοίχως τα οποία είναι κολλημένα όπως στο σχήμα. Το σώμα 2m είναι σε ύψος h=10m από το έδαφος. Τα σώματα ξεκολλάνε τη χρονική στιγμή t=0 και το σύστημα μάζας m και ελατηρίου αρχίζει να κάνει ΑΑΤ. Παρατηρούμε ότι το σώμα μάζας 2m για να φτάσει στο έδαφος χρειάζεται τόσο χρόνο, όσο χρειάζεται ο ταλαντωτής να κάνει δύο πλήρεις ΑΑΤ .



α. Να υπολογιστεί το πλάτος των ΑΑΤ που εκτελεί το σώμα μάζας m.
β. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας των ΑΑΤ.
γ. Να υπολογιστεί η συσπείρωση του ελατηρίου όταν το σώμα μάζας m θα σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά.
Δίνεται $\pi^2=10$ και $g=10m/s^2$. Ως αρχή του άξονα των ΑΑΤ να θεωρηθεί η θέση ισορροπίας του σώματος μάζας m και ως θετική η κατεύθυνση προς τα κάτω.

α. Α=0,25m, β. x=0,25ημ(8,94t+π/2), υ=2,235συν(8,94t+π/2), γ. 0,125m

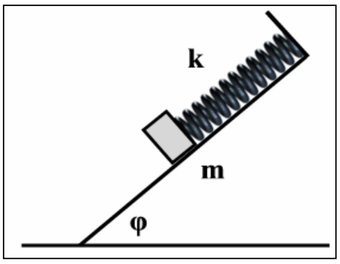
►Α1.69 Ελατήριο σταθεράς k=100N/m στηρίζεται με το ένα άκρο του κατακόρυφα στο έδαφος. Στο πάνω άκρο του φέρει στερεωμένο δίσκο μάζας M=1kg και το σύστημα ισορροπεί. Αν τοποθετήσουμε πάνω στο δίσκο σώμα μάζας m=3kg τότε το σύστημα αρχίζει να κάνει κατακόρυφες ΑΑΤ.



α. Να βρεθεί η περίοδος, Τ των ΑΑΤ που κάνει το σύστημα.
β. Να βρεθεί το πλάτος, Α, των ΑΑΤ και να γραφεί η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο, t. Ως t_0=0 να θεωρηθεί η χρονική στιγμή που ξεκινάει η ταλάντωση και ως θετική η φορά προς τα πάνω.
γ. Να βρεθεί η σταθερά επαναφοράς των ΑΑΤ που κάνει το σώμα μάζας m.
δ. Να βρεθεί η μεταβολή της κάθετης δύναμης που ασκεί ο δίσκος στο σώμα σε σχέση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας.
ε. Να βρεθεί η τιμή της κάθετης δύναμης που ασκεί ο δίσκος στο σώμα τη χρονική στιγμή t=0,1πs. Δίνεται $g=10m/s^2$

α. Τ=0,4πs β. Α=0,3m,U=4,5ημ^2(5t+π/2) γ. D_1=75N/m, δ.N=30−75x,−0,3m x<0,3m ε. N=30N

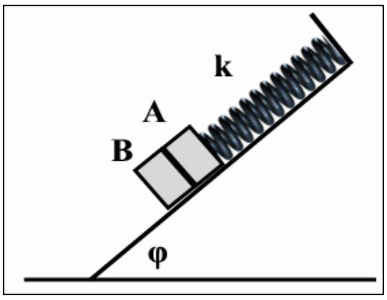
1.70 Ελατήριο σταθεράς k=400N/m φέρει στο ένα άκρο του σώμα μάζας m=4kg και με το άλλο άκρο στηρίζεται στην κορυφή κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης $φ=30^0$. Το σώμα μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο και αρχικά ισορροπεί. Δίνεται $g=10m/s^2$.



α. Αν απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας και το αφήσουμε ελεύθερο, να δείξτε ότι κάνει ΑΑΤ και υπολογίστε τη σταθερά επαναφοράς.
β. Αν δώσουμε στον ταλαντωτή ενέργεια 2J για να ταλαντωθεί, επιμηκύνοντας το ελατήριο πόση είναι η μέγιστη τιμή της δύναμης που ασκήσαμε;
γ. Αν θεωρήσουμε ότι τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ο ταλαντωτής βρίσκεται σε απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας x=+A, όπου A το πλάτος να γράψετε την εξίσωση ταχύτητας σε σχέση με το χρόνο t.
δ. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας τη στιγμή που ο ταλαντωτής έχει απομάκρυνση x=A/2 από τη θέση ισορροπίας.

α. 400N/m, β. 40N, γ. υ=1συν(10t+π/2), δ. $\sqrt{3}/2m/s$

►**1.71** Δύο σώματα A και B με μάζες $m_1=1kg$ και $m_2=2kg$ αντίστοιχα κρέμονται από το άκρο ελατηρίου σταθεράς k=100N/m όπως φαίνεται στο σχήμα. Το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο και έχει γωνία $φ=30^0$. Τα δύο σώματα συνδέονται είναι κολλημένα και το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Τη στιγμή t=0 τα σώματα ξεκολλάνε και το σώμα A αρχίζει ταλαντώνεται. Το B κατεβαίνει το λείο κεκλιμένο επίπεδο.

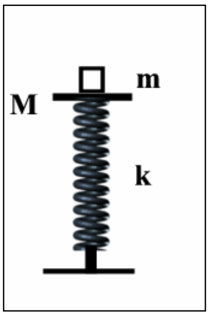


α. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος A με θετική τη φορά προς τα πάνω.

β. Να βρείτε τη χρονική στιγμή που το A φτάνει στην πάνω ακραία θέση για πρώτη φορά.
γ. Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος A τη στιγμή που αυτό διέρχεται από τη θέση που ορίζει το φυσικό μήκος του ελατηρίου.
δ. Να βρείτε την απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων τη στιγμή που το σώμα A σταματάει για πρώτη φορά.
δ. Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος A τη χρονική στιγμή που το σώμα B έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου υ=3,14m/s. Δίνεται $g=10m/s^2$.

α. x=0,1ημ(10t+3π/2), β. π/10s, γ. $\sqrt{3}/2m/s$*, δ. 0,45m, ε.* $α=10m/s^2$

►**A1.72** Ελατήριο σταθεράς k=200N/m στερεώνεται στο έδαφος και φέρει συνδεδεμένο δίσκο μάζας M=2kg και πάνω σε αυτόν είναι απλά τοποθετημένο σώμα μάζας m=3kg. Το σύστημα κάνει κατακόρυφες ΑΑΤ με πλάτος A=0,2m.

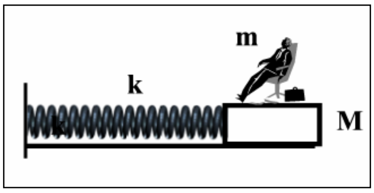


α. Να υπολογιστεί το μέτρο της μέγιστης και της ελάχιστης δύναμης που δέχεται το σώμα m από το δίσκο, M.
β. Κάποια στιγμή που το ελατήριο φτάνει στη μέγιστη επιμήκυνσή του, καθώς το σύστημα ταλαντώνεται, αποσύρουμε απαλά και ακαριαία το σώμα μάζας, m, πάνω από το δίσκο. Να βρεθεί το νέο πλάτος των ΑΑΤ που κάνει ο δίσκος.

γ. Να βρεθεί ο λόγος των μέτρων της δύναμης του ελατηρίου προς τη δύναμη επαναφοράς τη αμέσως μετά την αφαίρεση του σώματος μάζας m.
Δίνεται $g=10m/s^2$.

α. $N_{min}=6N$, $N_{max}=54N$, β. $A'=0,05m$, γ.1/3

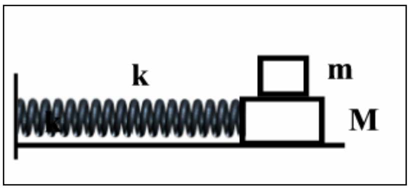
►**Α1.73** Το όχημα του σχήματος συνολικής μάζας $M=10^3kg$ (μαζί με τον επιβάτη) ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με μέγιστη ταχύτητα $υ_0=5m/s$. Το ελατήριο να έχει σταθερά $k=25\cdot10^5N/m$.



α. Να υπολογιστεί η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου και το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της ταχύτητας.
β. Αν ο επιβάτης έχει μάζας m και η μέγιστη οριζόντια δύναμη από τη ζώνη πρόσδεσης είναι $F_{max}=15,10^3N$, ώστε να μην εκτιναχθεί από το κάθισμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης, να βρεθεί η μάζα του επιβάτη.

α. $x=0,1m$, $Δt=π/50s$, β. $m=60kg$

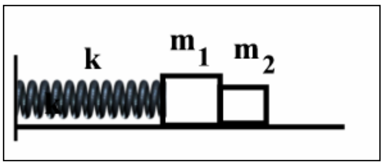
▪**Α1.74** Οριζόντιο ελατήριο σταθεράς $k=400N/m$ στηρίζεται με το ένα άκρο του σε ακλόνητο σημείο ενώ στο άλλο άκρο του έχει συνδεδεμένο σώμα μάζας $M=4kg$ που ταλαντώνεται αρμονικά σε οριζόντιο επίπεδο με εξίσωση ταχύτητας $υ=2συν(10t+3π/2)$, (SI). Τη χρονική στιγμή $t=π/10s$ τοποθετούμε πάνω στο σώμα M ένα άλλο σώμα μάζας $m=5kg$ χωρίς να μεταβάλλουμε την κινητική κατάσταση του πρώτου. Το σύστημα που προκύπτει συνεχίζει να κάνει αρμονικές ταλαντώσεις.



α. Να βρείτε τις μεταβολές στην περίοδο, στο πλάτος και στην ολική ενέργεια της ταλάντωσης λόγω πρόσθεσης του σώματος, m.
β. Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της στατικής τριβής που αναπτύσσεται μεταξύ των σωμάτων m και M, αν το ένα σώμα δεν ολισθαίνει ως προς το άλλο.
γ. Να βρείτε την περιοχή τιμών του συντελεστή στατικής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων έτσι ώστε το σύστημα M+m να κάνει τις ΑΑΤ χωρίς το σώμα m να ολισθαίνει πάνω στο σώμα M. Δίνεται $g=10m/s^2$.

α. $ΔT=0,1πs$, $ΔA=0$, $ΔE=0$, β. 400/9N, γ. $μ>8/9$

►**Α1.75** Το σώμα $Σ_1$ μάζας $m_1=1kg$ είναι δεμένο στην άκρη του οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100N/m$ ενώ το $Σ_2$ μάζας $m_2=3kg$ εφάπτεται στο $Σ_1$ χωρίς όμως να είναι συνδεδεμένο σ' αυτό. Το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο αρχικά στο φυσικό του μήκος. Συσπειρώνουμε το ελατήριο κατά $A=0,4m$ και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να ταλαντωθεί πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο.

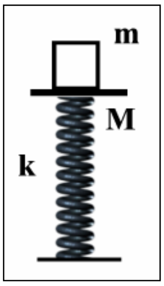


α. Να δείξετε ότι το σώμα $Σ_2$ θα αποχωριστεί από το $Σ_1$ τη στιγμή που θα περνούν από τη θέση ισορροπίας του συστήματος.
β. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης που κάνει το $Σ_1$ μετά την αποχώρηση του $Σ_2$.
γ. Να υπολογίσετε την απόσταση, d, μεταξύ των δύο σωμάτων τη στιγμή που η ταχύτητα του $Σ_1$ μηδενίζεται για δεύτερη φορά.

β. $A'=0,2m$, γ. $d=1,142m$

►**Α1.76** Ελατήριο σταθεράς k=100N/m στερεώνεται κατακόρυφα στο έδαφος και στο ελεύθερο άκρο του φέρει προσαρμοσμένο δίσκο μάζας M=0,8kg. Πάνω στο δίσκο ακουμπάει σώμα μάζας m=0,2kg. Θέτουμε το σύστημα σε ελεύθερες κατακόρυφες ταλαντώσεις.

α. Ποια είναι η σταθερά επαναφοράς των ΑΑΤ που κάνει το σώμα μάζας m και ποια η αντίστοιχη σταθερά των ΑΑΤ που κάνει ο δίσκος μάζας Μ, αν το σώμα δεν αναπηδάει πάνω στο δίσκο κατά τη διάρκεια της κίνησης.



β. Ποιο είναι το μέγιστο επιτρεπόμενο πλάτος αυτών των ταλαντώσεων ώστε το σώμα να μην αναπηδάει στο δίσκο.

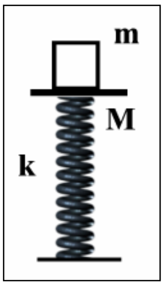
γ. Πόση είναι η αντίστοιχη μέγιστη ενέργεια που μπορούμε να δώσουμε στο σύστημα.

δ. Αν δώσουμε στο σύστημα ενέργεια E=2J, συσπειρώνοντας το ελατήριο και το αφήσουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή $t_0=0$, να βρείτε τη θέση, την ταχύτητα και τη χρονική στιγμή που το σώμα εγκαταλείπει τον δίσκο. Ως θετική να θεωρηθεί η φορά προς τα πάνω.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

α. 20N/m, 80N/m, β. $A_{max}=0,1m$, γ. E= 0,5J, δ. x=0,1m, $\upsilon=\sqrt{3}m/s$, $t=\pi/15s$

▪**Α1.77** Ελατήριο σταθεράς k στερεώνεται κατακόρυφα στο έδαφος και στο ελεύθερο άκρο του φέρει προσαρμοσμένο δίσκο μάζας Μ. Πάνω στο δίσκο ακουμπάει σώμα μάζας m. Θέτουμε το σύστημα σε ελεύθερη κατακόρυφη ταλάντωση, τη χρονική στιγμή t=0, της οποίας η εξίσωση απομάκρυνσης είναι $x=0,5\eta\mu(2\pi t+\pi/2)$ στο SI. Ως θετική θεωρούμε τη φορά προς τα κάτω.



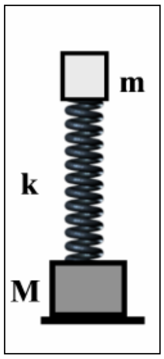
α. Δείξτε ότι το σώμα θα εγκαταλείψει το δίσκο και προσδιορίστε τη θέση x και τη χρονική στιγμή που θα γίνει αυτό.

β. Να υπολογίσετε την ταχύτητα που θα έχει το σώμα τη στιγμή που θα εγκαταλείπει το δίσκο.

γ. Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος που θα ανέβει το σώμα μάζας m πάνω από το σημείο στο οποίο εγκατέλειψε το δίσκο. Δίνονται $g=10m/s^2$ και $\pi^2=10$.

α. x=–0,25m, t=1/3s, β. $\upsilon=-\pi\sqrt{3}/2m/s$, γ. h=3/8m

►**Α1.78** Το σώμα μάζας M=0,6kg βρίσκεται συνεχώς σε επαφή με το έδαφος ενώ το σώμα μάζας m=0,4kg μπορεί να κάνει κατακόρυφες ΑΑΤ με περίοδο T=0,4s.



α. Αν το σώμα μάζας m ταλαντώνεται με πλάτος A=0,05m, πόση είναι η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της δύναμης που δέχεται από το πάτωμα.

β. Πόση ενέργεια πρέπει να δαπανήσουμε για να βάλουμε το σώμα σε ταλαντώσεις τέτοιου πλάτους;

γ. Σε πόση απόσταση από τη θέση ισορροπίας του σώματος m η συνισταμένη δύναμη που δέχεται είναι κατά μέτρο ίση με 4N;

δ. Πόσο πρέπει να είναι το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης ώστε το σώμα μάζας Μ να μην ανασηκώνεται από το έδαφος.

Δίνονται $g=10m/s^2$ και $\pi^2=10$.

α. 15N και 5N, β. 1/8J, γ. 0,04m, 0,1m